

Karolina Karpińska

ORCID: 0000-0002-1477-6622

Instytut Historii Nauki im. L. i A. Birkenmajerów Polskiej Akademii Nauk
Warszawa

**KSZTAŁCENIE NAUCZYCIELI MATEMATYKI,
GEOMETRII WYKREŚLNEJ I RYSUNKU GEOMETRYCZNEGO
W GALICJI W LATACH 1849–1914.
EGZAMINY NAUCZYCIELSKIE: ZARZĄDZENIA MINISTERIALNE ORAZ
ICH REALIZACJA PRZEZ KOMISJE EGZAMINACYJNE W KRAKOWIE**

**Education of teachers in mathematics, descriptive geometry,
and geometrical drawing in Galicia (1849–1914).
Teaching examinations: ministerial orders and their implementation
by examination boards in Kraków**

Summary: Since the mid-19th century in Austria, candidates for secondary school teaching positions preparing students for matriculation examinations were required to pass teacher examinations conducted by specially appointed examination boards. In 1849, such boards were established in Vienna, Prague, Graz, and Innsbruck; a year later, a board was founded in Lviv, and in 1868, the first examination board in Kraków was established. Over the years, the number and locations of these boards evolved.

This article examines the teacher examinations for three subjects: mathematics, descriptive geometry, and geometrical drawing (which encompassed instruction in the fundamentals of planimetry, stereometry, and descriptive geometry) in secondary schools within the Polish territories under Austrian rule. The first part of the article explores the evolution of ministerial regulations concerning these examinations, as well as other initiatives aimed at improving the education of teachers in mathematics-related subjects in Galicia, particularly the additional training for teaching candidates and practicing teachers initiated by Poles. The second part analyzes the extent to which these regulations were implemented by the examination boards operating in Kraków from 1868 to 1914, during a period when Poles had autonomy in education.

The analysis is based on ministerial regulations and archival materials from the Jagiellonian University in Kraków, as well as the “Sprawozdania c.k. Rady Szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich” [Reports of the Imperial-Royal National School Council on the State of Galician Secondary Schools].

Keywords: history of mathematics education, history of mathematics, mathematics teacher examinations, descriptive geometry, teaching in Galicia

Słowa kluczowe: historia nauczania matematyki, historia matematyki, egzaminy nauczycielskie z matematyki, geometria wykreślna, nauczanie w Galicji

Do połowy XIX w. nauczanie matematyki realizowane na tych ziemiach Rzeczypospolitej Obojga Narodów, które po jej rozbiorze przypadły Austrii, przeżywało stagnację. Podczas gdy pod zaborem pruskim, w Księstwie Warszawskim czy później Królestwie Polskim odpowiednie zarządzenia ministerialne wdrażały do nauczania matematyki w szkołach średnich przygotowujących do egzaminów maturalnych nowości naukowe, jak np. geometrię wykreślną¹, w Galicji nie dość że matur w tym czasie jeszcze nie było, to program nauczania był wręcz redukowany — pod koniec drugiej dekady XIX w. z wyższych klas gimnazjalnych usunięto geometrię euklidesową, taki stan utrzymał się do 1849 r.² Dokonując pewnego uogólnienia, można powiedzieć, że do połowy XIX w. szkolnictwo austriackie znajdowało się w fazie eksperymentów, czerpiąc również z ustaw polskiej Komisji Edukacji Narodowej.

1. Oświata w Galicji do 1849 r.

1.1. Zarządzenia dotyczące nauczania

W pierwszych dekadach XVIII w. sprawy szkolne w Austrii były regulowane pojedynczymi przepisami i rozporządzeniami, spośród których jednym z najważniejszych było zarządzenie cesarza Karola VI Habsburga z 1735 r. ustanawiające prawo nadzoru państwa nad szkolnictwem oraz uściślające programy nauczania i kwalifikacje nauczycieli³. Bardziej kompleksowe unormowania przyniosły ustawy

¹ Zob.: K. Karpińska, *Scientific novelties implemented into teaching mathematics in secondary schools on the Polish territories in the 19th century. The case of descriptive geometry*, [w:] “Dig where you stand” 6 – *Proceedings of the Sixth International Conference on the History of Mathematics Education*, red. É. Barbin, K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, A. Karp, G. Moussard, J. Prytz, G. Schubring, Münster 2020, s. 205–218.

² J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie 1786–1918*, Rzeszów 1984, s. 44.

³ K. Wotke, *Das österreichische Gymnasium im Zeitalter Maria Theresias*, Berlin 1905 (Monumenta Germaniae Paedagogica, t. 30), s. 4–6; J. Zieliński, *Gimnazjum I pod zaborem austriackim*, [w:] *Księga pamiątkowa I-go Gimnazjum Państwowego im Mieczysława Romanowskiego w Sta-*

cesarzowej Marii Teresy Habsburg. W 1752 r. omówiono w nich dokładnie aspekt rekrutacji uczniów, czas i program nauki. W zarządzeniach z 1764 r. pt. *Instructio pro Scholis humanioribus*, §1. *Distributio classium et de munere Professorum*⁴ uregulowano natomiast prawa i obowiązki nauczycieli humanistycznych szkół średnich — cykl kształcenia obejmował w nich sześć klas, od najniższej pierwszej do najwyższej szóstej. W zarządzeniach tych szczegółowo opisano zakres zagadnień, które zalecano do omawiania w poszczególnych klasach. Tematy matematyczne wymieniono w programach klas od drugiej do piątej i obejmowały one jedynie cztery podstawowe działania arytmetyczne (nie zostało wskazane na jakich liczbach). Zaznaczono, że arytmetyki należy nauczać cyklicznie, tzn. „co tydzień”. W drugiej klasie miało to być dodawanie liczb, w trzeciej — odejmowanie, w czwartej — mnożenie, a w piątej — dzielenie. Niedługo później ujednolicono podręczniki szkolne. Wprowadzone zarządzenia miały obowiązywać we wszystkich typach szkół, również w szkołach jezuickich, szkołach pijarów i benedyktynów⁵. W 1770 r. Maria Teresa ogłosiła, że szkolnictwo powinno być nadzorowane przez państwo — zapowiedziała, że będzie dążyła do usunięcia wpływów Kościoła z oświaty, a co za tym idzie do zatrudniania świeckich nauczycieli. Zwieńczeniem reform nauczania w Austrii był program przygotowany przez pijara Gratiana Marxa (1721–1801), który został wprowadzony przez Marię Teresę dekretem z 14 października 1775 r.⁷ Planowano, że program ten wejdzie w życie w roku szkolnym 1777/1778, ale już w 1775 r., zgodnie z jego założeniami, zaczęto wprowadzać język niemiecki do szkół na poziomie elementarnym, a rok później również do szkół średnich (jako język wykładowy w trzech najniższych klasach; w klasach wyższych językiem wykładowym była łacina). Program Marxa nie wnosił żadnych innowacyjnych rozwiązań, dlatego pozostawał daleko w tyle za działaniami polskiej Komisji Edukacji Narodowej czy reformami w szkolnictwie pruskim. Plan nauki według Marxa był bardzo zbliżony do planu kolegów jezuickich i szkół pijarów. Obejmował pięć klas: klasa I — Infima, klasa II — Gramatyka, III — Syntaksa, IV — Retoryka, V — Poetyka. Naukę koncentrował na języku łacińskim, natomiast geografia, historia, matematyka oraz przyroda wraz z fizyką były omawiane jedynie ze względów praktycznych, związanych ze zdobyciem przez uczniów wiadomości potrzeb-

nislawowie: wydana z okazji uroczystości jubileuszowych i zjazdu b. uczniów w dniach 21 i 22 września 1928 roku, red. W. Trusz, J. Zieliński, C. Chowaniec, Stanisławów 1929, s. 31.

⁴ *Instructio pro Scholis humanioribus* §1. *Distributio classium et de munere Professorum*, [w:] „Jahresbericht des kais. Kön. Ersten Staats-Gymnasiums in Graz [...] vom Director Dr. Richard Peinsich”, Graz 1871, s. 53–59.

⁵ G. Schubring, *Handbook on the History of Mathematics Education*, Springer 2014, s. 141. W ten sposób w Austrii zniesiono *Ratio studiorum*.

⁶ R. Tomczyk, *Pierwszy projekt reformy systemu szkolnego w nowożytnej Austrii w okresie panowania Marii Teresy*, „Edukacja Humanistyczna” 2011, nr 2 (25), s. 15.

⁷ Z. Ruta, *Gimnazjum tarnowskie w latach 1784–1794*, [w:] „Rocznik Naukowo-Dydaktyczny WSP w Krakowie, Prace Historyczne II” 1965, z. 20, s. 71.

nych do sprawnego funkcjonowania w życiu codziennym. W planach nauczania uwzględniono również język grecki. Matematyki uczono we wszystkich klasach. W czterech najniższych klasach obejmowała ona arytmetykę, w klasie najwyższej omawiano już podstawy geometrii Euklidesa i algebry⁸. Regulacje Marxa obejmowały również uprawnienia dyrektora, prefekta⁹ i poszczególnych nauczycieli¹⁰. Kontynuowany był system nauczycieli klasowych — każda klasa miała swojego nauczyciela, który prowadził wszystkie zajęcia. Program Marxa był realizowany w Austrii do 1810 r., aż do wprowadzenia nowego planu szkolnego, opracowanego przez pijara Franza Innocenza Langa (1752–1835), prefekta gimnazjum wiedeńskiego. Zmiany zaproponowane przez Langa koncentrowały się przede wszystkim wokół łaciny i nauk przyrodniczych, w niewielkim stopniu dotyczyły matematyki. Z jego inicjatywy zaczęto jednak zatrudniać nauczycieli specjalistów do konkretnych przedmiotów, a nie jak było wcześniej nauczycieli klasowych.

1.2. Sytuacja szkolnictwa polskiego pod zaborem austriackim

Jak wyglądała oświata w Galicji na przełomie XVIII i XIX w.? Szkolnictwo Galicji, podobnie jak szkolnictwo całej Austrii (do 1848 r.), podlegało tzw. Nadwornej Komisji Naukowej (*Studienhofkommission*) w Wiedniu. Bezpośrednio niższą od niej instytucją na terenie Galicji był Wydział Szkolny, specjalnie zorganizowany przy władzach krajowych (*Landesgubernium*) we Lwowie, występujący pod nazwą *Landesstelle*. Sprawował on nadzór nad szkolnictwem prowincji, przyjmował sprawozdania, wykonywał polecenia nadrzędnej instytucji w Wiedniu, informował o ogólnym stanie i poziomie nauki, wysyłał do zatwierdzenia i rozpatrzenia różne wnioski i nominacje. Obowiązki przełożonych każdej szkoły średniej sprawowali: dyrektor, wicedyrektor i prefekt.

Tuż po I rozbiorze Polski w Galicji funkcjonowało 18 szkół średnich: sześć kolegiów jezuickich, cztery szkoły-kolonie uniwersytetu w Krakowie, dwie szkoły bazylianów, jedna szkoła franciszek i jedna teatynów¹¹. Spośród nich Austria przekształciła w gimnazjum państwowe tylko jedną szkołę: pijarskie Collegium Nobilium we Lwowie, co stało się w 1772 r.¹² Innym szkołom pozwolono funkcjonować w dotychczasowej postaci — programy nauczania i poziom nauczania

⁸ Ibidem, s. 72.

⁹ Właściwy nadzór pedagogiczny nad gimnazjum sprawował prefekt. Kontrolował on pracę nauczycieli i zdawał sprawozdania dyrekcji.

¹⁰ *Sammlung der Verordnungen und Vorschriften über die Verfassung und Einrichtung der Gymnasien*, Wien 1808, s. 68–80.

¹¹ J. Leniek, *Ks. Izydora Chrościńskiego, pierwszego prefekta gimnazjum tarnowskiego, Kronika z lat 1784–1794 z przydaniem aktów fundacyjnych kolonii akademickiej w Tarnowie z lat 1559 i 1578, jakoteż raportu o jej stanie z r. 1766*, „Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce”, t. 9, Kraków 1897, s. 304; J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie*, Rzeszów 1984, s. 8.

¹² A. Knot, *Spór o konwiktów Akademii Teresjańskiej we Lwowie z 1781 r.*, „Studia Lwowskie”, Lwów 1932, s. 232.

nia były w tych szkołach zróżnicowane. Kasata zakonu jezuitów, która nastąpiła w 1773 r., przyspieszyła reorganizację szkolnictwa w Galicji. Pięć szkół jezuickich zostało przemianowanych na gimnazja państwowe, ale ze względu na brak nauczycieli niemieckich przez pewien czas pozostali w tych szkołach dawni nauczyciele jezuicki, którzy realizowali dotychczasowe programy nauczania¹³. Dopiero wprowadzenie w Austrii programu Marxa spowodowało, że zaczęto reorganizować również szkoły galicyjskie. Reformy rozpoczęto od wprowadzenia języka niemieckiego do Gimnazjum we Lwowie. Pojawiały się głosy, aby wprowadzić niemiecki język wykładowy w większej liczbie szkół, ale władze szkolne uznały, że „byłoby to za nagle posunięcie i wywołałoby wielkie wrażenie w kraju. Naród mógłby uderzyć na alarm, że dąży się do wytępienia jego ojczystego języka i tak miłej mu łaciny, a to nie leży w najwyższej intencji”¹⁴. W konsekwencji, zmiany wprowadzano stopniowo.

W 1783 r. z 14 szkół średnich funkcjonujących ówczesnie w Galicji zlikwidowano osiem. Pozostawiono gimnazja we Lwowie, Przemyślu, Stanisławowie, Rzeszowie, Tarnowie i Zamościu (w Zamościu było gimnazjum prywatne, wszystkie pozostałe były państwowe)¹⁵, do których szukano nauczycieli biegle posługujących się językiem niemieckim. W zakresie matematyki realizowano w tych szkołach założenia Marxa¹⁶, omawiając zalecany przez niego zakres materiału. Miejsce matematyki w programach nauczania w dalszym ciągu było podrzędne, przykładowo w Rzeszowie każda klasa miała tygodniowo 18 godzin lekcyjnych, z czego 2 godziny matematyki; najwięcej godzin lekcyjnych poświęcano na naukę łaciny, było to 11 godzin lekcyjnych tygodniowo w trzech niższych klasach i 9 godzin tygodniowo w dwóch klasach wyższych¹⁷. Podobny stan rzeczy utrzymał się do połowy XIX w.

1.3. Wymogi wobec nauczycieli

Do połowy XIX w. nauczyciele pracujący w szkołach na ziemiach pod zaborem austriackim posiadali zazwyczaj bardzo niskie kwalifikacje. Objęcie posady nauczyciela w gimnazjum zależało od tzw. konkursu, do którego mógł zgłosić się każdy, kto posiadał dobrą znajomość języka niemieckiego i podstawy łaciny.

Konkurs odbywał się w szkole, która chciała zatrudnić danego kandydata. Polegał na przygotowaniu przez niego pracy pisemnej pod nadzorem prefekta i wybranych nauczycieli tej szkoły. Praca ta miała sprawdzać umiejętności z zakresu przedmiotów, których kandydat zamierzał uczyć, a tematy były przygotowane

¹³ J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie*, s. 8.

¹⁴ Ibidem, s. 9; J. Dobrzański, *Ostatnie lata szkół pijarskich w Galicji w 1772–1784*, „Roczniki Humanistyczne” 1954, t. 4, z. 3, s. 6.

¹⁵ J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie*, s. 10.

¹⁶ Zob. np. Z. Ruta, *Gimnazjum tarnowskie w latach 1784–1794*, s. 74.

¹⁷ J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie*, s. 42–43.

wcześniej przez *Landesgubernium*. Następnie praca wraz z uwagami prefekta i nauczycieli była przesyłana do *Landesgubernium*, które oceniało zdolności nauczycielskie kandydata.

Teoretycznie, od kandydatów na nauczycieli klas niższych wymagano ukończenia dwuletniego studium filozoficznego, w hierarchii lokującego się pomiędzy gimnazjum a uczelnią wyższą. Od nauczycieli klas wyższych wymagano zaś dyplomu ukończenia studiów uniwersyteckich. W praktyce, ze względu na trudności z obsadzeniem stanowisk nauczycielskich w szkołach Galicji, spowodowane m.in. bardzo niskimi pensjami¹⁸, priorytetem stały się cele germanizacyjne — przede wszystkim zwracano uwagę na to, aby w byłych szkołach polskich zatrudniać nauczycieli władających językiem niemieckim, zdarzało się, że pobłażliwie traktowano ich w trakcie egzaminów konkursowych oraz nie wymagano od kandydatów ukończenia studium filozoficznego czy uniwersytetu; co więcej, do pracy w gimnazjach galicyjskich przyjmowano nawet osoby o niepewnej przeszłości. W konsekwencji, rezultaty nauki w szkołach średnich Galicji w I połowie XIX w. często były mierne. Tym niemniej, „[s]kąpe, ograniczone i mało przydatne wiadomości, jakie uczeń wynosił z gimnazjum, zupełnie mu wystarczyły w warunkach niskiego poziomu życia kulturalnego”¹⁹ Polaków pod zaborem austriackim.

2. Ewolucja egzaminów nauczycielskich z matematyki, geometrii wykresłnej i rysunku geometrycznego w latach 1849–1914

2.1. Egzaminy dla kandydatów na nauczycieli w gimnazjach

Zmiany w sposobie kształcenia uczniów w Galicji i wymogów stawianych nauczycielom wprowadzono w *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* z 1849 r.²⁰ Obok gimnazjów ustanowiono wówczas nowy typ szkół średnich na ziemiach austriackich — szkoły realne (pierwsze szkoły tego typu założono w Prusach w XVIII w.), w których skład wchodziły: niższe szkoły realne (*Unterrealschulen*), szkoły obywatelskie (*Bürgerschulen*) oraz wyższe szkoły realne (*Oberrealschulen*). Celem *Unterrealschulen* i *Bürgerschulen* było z jednej strony kształcenie przedsiębiorców niższego szczebla,

¹⁸ Do połowy XIX w. wynagrodzenie miesięczne nauczyciela wystarczało w zasadzie na wyżywienie dwóch osób. Do 1807 r. wynagrodzenie roczne prefekta wynosiło 450 florenów, nauczyciele retoryki i poetyki otrzymywali po 400 florenów, a nauczyciele klas niższych — 350 florenów. Po 1807 r. podwyższono im wynagrodzenia o odpowiednio: 150, 100 i 50 florenów. W 1854 r. pensje nauczycieli gimnazjów znajdujących się w największych miejscowościach wzrosły do 945 florenów rocznie (J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie*, s. 75); w mniejszych miejscowościach pensje były niższe.

¹⁹ J. Świeboda, *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie*, s. 46.

²⁰ Ministerium des Cultus und Unterrichts, *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich*, Wien 1849.

a z drugiej przygotowanie młodzieży do nauki w *Oberrealschulen*, których ukończenie dawało możliwości zatrudnienia na najwyższych stanowiskach, również na szczeblu krajowym. Od tego momentu Gimnazja i wyższe szkoły realne kończyły się egzaminami maturalnymi²¹. W zakresie matematyki należało wykazać podczas egzaminu znajomość podstaw arytmetyki, algebry (rozwiązywanie równań pierwszego i drugiego stopnia), planimetrii oraz trygonometrii, wymagano również przeprowadzania dowodów twierdzeń²². Program nauczania szkół realnych był skoncentrowany wokół przedmiotów matematyczno-przyrodniczych — te przedmioty były wykładane tutaj w szerszym zakresie niż w gimnazjach. Przykładowo, w ramach zajęć z „matematyki” w wyższych szkołach realnych omawiano m.in. następujące zagadnienia, których nie było w zaleceniach dla ówczesnych gimnazjów: krzywe stożkowe (parabola, hiperbola oraz elipsa) i ich konstrukcje, równania trzeciego i czwartego stopnia oraz trygonometria sferyczna²³. Co więcej, w szkołach realnych był oddzielny przedmiot o nazwie „rysunki”, na którym zapoznawano uczniów m.in. z geometrią wykreślną, w tym: teorią rzutów, teorią cieni i perspektywą²⁴ (tych zagadnień także nie omawiano w gimnazjach).

Rozszerzenie programów nauczania spowodowało, że zaczęto zwiększać wymagania co do wykształcenia kadry pedagogicznej. *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* definitywnie wycofał system nauczycieli klasowych oraz konkursy na nauczycieli. Od tej pory miały być przeprowadzane państwowe egzaminy nauczycielskie, a po nich obowiązkowy roczny staż pedagogiczny (szczegóły z tym związane określały dopiero późniejsze zarządzenia). Proces mianowania nauczycieli miał być następujący:

1. dyrektor szkoły średniej zgłasza Radzie Szkolnej (*Schulrath*) wakat nauczycielski,
2. *Landesschulrath* umieszcza ogłoszenie o wakacie w urzędowej gazecie Kraju Korony i Rzeszy („*officiellen Zeitung des Kronlandes und des Reiches*”), wraz z wyszczególnieniem dokumentów wymaganych od aplikantów:
 - a. akt urodzenia,
 - b. świadectwo dojrzałości,
 - c. świadectwo kwalifikacji nauczycielskich (teoretycznych i praktycznych),

²¹ Dekret ustanawiający egzaminy maturalne wydano w 1788 r. w Prusach. Już w 1789 r. przeprowadzono pierwsze matury na ziemiach polskich pod zaborem pruskim. Szczegóły można znaleźć w pracy: K. Karpińska, S. Domoradzki, *O egzaminie maturalnym z matematyki na obszarze zaboru pruskiego od XVIII do początku XX wieku*, „*Antiquitates Mathematicae*” 2017, t. 11, s. 157–201.

²² Ministerium des Cultus und Unterrichts, *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich*, s. 73.

²³ Ibidem, s. 247.

²⁴ Ibidem, s. 249.

- d. zaświadczenia wydane przez placówki edukacyjne, w których kandydat pracował po ukończeniu rocznego stażu pedagogicznego (charakteryzujące jego umiejętności naukowe i pedagogiczne oraz zachowanie moralne),
- e. inne dokumenty poświadczające kwalifikacje kandydata²⁵,
3. *Schulrath* analizuje wszystkie zgłoszenia i przedstawia Ministerstwu kandydata, który ma najlepsze kwalifikacje,
4. Ministerstwo powołuje kandydata na stanowisko nauczycielskie²⁶.

Więcej szczegółów związanych z kształceniem nauczycieli podano w kolejnych zarządzeniach. Jeszcze w 1849 r. w myśl dekretu cesarskiego powołano komisje egzaminacyjne w Wiedniu, Pradze, Grazu i Innsbrucku, a 1 maja 1850 r. również we Lwowie²⁷. 23 sierpnia 1849 r. zatwierdzono też tymczasową usta-

²⁵ *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* zaznaczał, że „ogólne wykształcenie, będące celem gimnazjum, mogą nadać tylko nauczyciele, którzy sami je posiadają”, ale nie wskazano tam, że musi to być wykształcenie uniwersyteckie.

²⁶ Kandydata na nauczyciela etatowego do szkół prywatnych musiała zatwierdzić państwowa *Schulrath*, a nie Ministerstwo (tzn. dyrekcja znajdowała kandydata i zgłaszała go do *Schulrath*). *Nebenlehrers* oraz *Hilfslehrers* mogli być wybierani przez dyrekcję (w szkołach państwowych i prywatnych) oraz zgłaszani władzom szkolnym. *Nebenlehrer*, czyli nauczyciel poboczny, to nauczyciel udzielający nauk nadobowiązkowych: języka francuskiego, angielskiego, rysunków, stenografii, gimnastyki itd. („Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w latach szkolnych 1875–1883”, cz. 2, Lwów 1885, s. 3). *Hilfslehrer* to kandydat szkolnictwa wyższego (*Lehramtsandidat*), który był proszony o prowadzenie lekcji w okresie rocznego stażu pedagogicznego lub po jego zakończeniu (*Gesetz vom 15. Februar 1870, wirksam für das Herzogthum Ober- und Nieder-Schlesien, betreffend die Realschulen*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 2, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1889, s. 78–79). W *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* z 1849 r. nie było mowy o suplentach, czyli zastępcach nauczycieli, ale informacje o nich pojawiły się już w dekreście Ministerstwa z 24 listopada 1849 r. (*Schreiben des Ministers für Cultus und Unterricht vom 24 November 1849, Z. 8799, an die Herren Länderchefs von Niederösterreich, Oberösterreich, Böhmen, Küstenland, Steiermark, Illirien, Mähren, Galizien, Bukowina, Kärnten, Tirol, Krakau, Dalmatien, wodurch einige Bestimmungen des Entwurfes der Organisation der österreichischen Gymnasien und Realschulen ohne Verzug in Wirksamkeit gesetzt werden*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 1, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1884, s. 6–8). Wymagania wobec nauczycieli szkół prywatnych były takie same jak w przypadku szkół państwowych (*Kaiserliche Verordnung vom 27 Juni 1850, Z. 5248, wirksam für sämtliche Kronländer der Monarchie, wodurch ein provisorisches Gesetz über den Privatunterricht erlassen und vom Tage seiner Kundmachung angefangen in Wirksamkeit gesetzt wird*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 1, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1884, s. 13–15).

²⁷ L. Ćwikliński, *Nowe przepisy o egzaminie kandydatów zawodu nauczycielskiego w gimnazjach i szkołach realnych z dnia 30-go sierpnia 1897 roku w stosunku do przepisów z roku 1884*, „Muzeum. Czasopismo Towarzystwa Nauczycieli Szkół Wyższych” 1897, r. 13, z. 11, s. 729.

wę o egzaminowaniu kandydatów na stanowisko nauczyciela gimnazjum, której postanowienia obowiązywały przez dekadę. Od tej pory każdy kandydat na nauczyciela musiał mieć ukończone trzy lata studiów uniwersyteckich. Aby zostać dopuszczonym do egzaminu, kandydat musiał zwrócić się z oficjalnym wnioskiem do przewodniczącego komisji egzaminacyjnej, przed którą zamierzał zdać egzamin (odpowiednią dla swojego regionu), dołączając świadectwo maturalne, świadectwo ukończenia studiów, pisemny życiorys, ze wskazaniem głównego obszaru nauczania (spójrz niżej) oraz języka wykładowego, w którym zamierzał uczyć. Jeżeli od czasu opuszczenia uniwersytetu minął więcej niż rok, kandydat musiał też przedstawić zaświadczenie władz publicznych o swoim zachowaniu (postawie moralnej) w tym czasie²⁸.

Kandydaci mogli zdawać egzamin nauczycielski w ramach jednego z następujących głównych obszarów nauczania gimnazjalnego:

1. Obszar filologiczny, obejmujący języki łaciński i grecki oraz ich literaturę.
2. Obszar historyczno-geograficzny.
3. Obszar matematyczno-przyrodniczy, obejmujący matematykę, fizykę i historię naturalną (*Naturgeschichte*) (w tym przypadku egzamin miał wynik pozytywny, jeśli z dwóch z tych przedmiotów kandydat wykazał się wiedzą gruntowną, wtedy uzyskiwał prawo do nauczania tych przedmiotów we wszystkich klasach gimnazjalnych, a z trzeciego (dowolnego) wiedzą ogólną (wówczas uzyskiwał prawo do nauczania tego przedmiotu tylko w klasach niższych gimnazjum).
4. Obszar obejmujący filozofię i/lub dowolny język nowożytny nauczany w gimnazjum²⁹ (wraz z jego literaturą) oraz do wyboru jeden z następujących przedmiotów: język łaciński; język grecki; historia wraz z geografią; matematyka; fizyka; historia naturalna (w tym przypadku egzamin miał wynik pozytywny, jeśli: 1. kandydat wykazał się wiedzą gruntowną z filozofii oraz języka nowożytnego, albo tylko z jednego z tych przedmiotów oraz 2. z trzeciego wybranego przedmiotu kandydat również wykazał wiedzą gruntowną).

W myśl rozporządzeń z 1849 r. każdy egzamin nauczycielski składał się z trzech części. Pierwszą część stanowiła rozprawa pisemna przygotowana przez kandydata w ramach pracy domowej. Obejmowała ona dwa zadania: jedno było z zakresu głównego obszaru nauczania wybranego przez kandydata (zalecano, żeby było ono na tyle złożone, aby obejmowało wszystkie przedmioty uwzględnione w tym obszarze), drugie dotyczyło tematyki filozoficznej lub pedagogicznej, a czas na ich wykonanie wynosił od 6 do 8 tygodni³⁰. Kandydat mógł uzyskać

²⁸ *Provisorisches Gesetz über die Prüfung der Candidaten des Gymnasiallehramtes*, [w:] „Allgemeines Reichs-Gesetz- und Regierung für das kaiserthum Oesterreich” 1850, Jahrgang 1849, s. 684 i nn.; szczegóły związane ze zgłaszaniem do egzaminu znajdują się w §2.

²⁹ Mógł to być również język wykładowy.

³⁰ Wymienione zapisy rozporządzeń z 1849 r. okazały się być niezbyt jasne, dlatego niedługo

zwolnienie z jednej lub obu prac domowych, jeżeli wraz z życiorysem dostarczył komisji już opublikowaną przez siebie pracę naukową — komisja każdorazowo podejmowała indywidualną decyzję, czy dostarczona praca drukowana mogła być uznana za jedną lub obie prace domowe w ramach egzaminu nauczycielskiego. Drugi etap stanowiły egzaminy klauzurowe, czyli egzaminy pisemne przygotowane pod nadzorem komisji, których celem było sprawdzenie wiedzy teoretycznej kandydata w zakresie przedmiotów z głównego obszaru nauczania. Później następował egzamin ustny, który zgodnie z zarządzeniem z 1849 r. obejmował wszystkie przedmioty wymienione w punktach 1–4 powyżej, nawet jeżeli kandydat nie starał się o uzyskanie prawa do ich nauczania³¹.

Chcąc uzyskać prawo do nauczania matematyki we wszystkich klasach gimnazjum, kandydat musiał wykazać wiedzę gruntowną w zakresie: całej matematyki elementarnej, geometrii analitycznej oraz podstaw rachunku różniczkowego i całkowego, wraz z jego zastosowaniem w matematyce i fizyce szkolnej. Do uzyskania prawa do nauczania matematyki w niższych klasach gimnazjalnych wystarczyło udowodnić dobrą znajomość matematyki szkolnej³².

Ostatni etap egzaminu stanowiły lekcje próbne hospitowane przez wybranych członków komisji egzaminacyjnej (obowiązkowo musiał to być dyrektor komisji egzaminacyjnej oraz ten członek, który specjalizował się w danym przedmiocie i był odpowiedzialny za sformułowanie tematu lekcji próbnej). Celem tych lekcji było sprawdzenie umiejętności praktycznych kandydata. Po przejściu tych trzech etapów kandydat otrzymywał świadectwo nauczycielskie ze szczegółowym omówieniem wszystkich części egzaminu oraz uzyskanych uprawnieniach; jeżeli świadectwo było pozytywne, to był on kierowany na roczny staż pedagogiczny do odpowiednio wybranej placówki edukacyjnej. Tam dyrektor gimnazjum ustalał przedmioty i zajęcia dydaktyczne, w których kandydat miał nauczać, kierując się przy tym uwagami na świadectwie nauczycielskim oraz uwzględniając potrzeby jego placówki. Kandydatowi można było przydzielić maksymalnie 9 godzin tygodniowo w dwóch różnych klasach, choć możliwe były od tego odstępstwa, np. w przypadku niedoboru kadry pedagogicznej³³. Dekret ministerialny

później wydano nowe ustawy, które wyjaśniały nieścisłości lub wątpliwości — był to dekret ministerialny dotyczący gimnazjalnych komisji egzaminacyjnych w Wiedniu, Pradze, Lwowie i Innsbrucku z 3.05.1850 r. Dekret ten wskazywał, że w ramach pracy pisemnej przygotowywanej przez kandydata w domu należy zadawać do zrobienia dwa zadania — zalecano, aby jedno było z dwóch głównych przedmiotów egzaminu, a drugie z filozofii i pedagogiki, tym niemniej zarządzenia pozostawiały finalną decyzję członkom komisji, ponieważ nauki główne mogły być na tyle niezależne, że ułożenie jednego zadania do nich byłoby trudne itp. Komisje podejmowały finalną decyzję co do liczby zadań pisemnych i ich tematyki. Ten sam dekret ustanawiał, że czas na przygotowanie prac pisemnych wynosił trzy miesiące.

³¹ *Provisorisches Gesetz über die Prüfung der Candidaten des Gymnasiallehrantes*, §10.

³² *Ibidem*, §7.

³³ *Ibidem*, §19.

dotyczący gimnazjalnych komisji egzaminacyjnych w Wiedniu, Pradze, Lwowie i Innsbrucku z 3 maja 1850 r. ustanowił, że celem rocznego stażu pedagogicznego jest sprawdzenie umiejętności pedagogicznych i dydaktycznych, a nie wiedzy naukowej kandydata. Od tej pory roczny staż był zaliczany kandydatowi decyzją głównego inspektora szkolnego w porozumieniu z dyrekcją i nauczycielami szkoły. Dopiero pozytywne zaliczenie stażu pedagogicznego dawało kandydatowi uprawnienia nauczycielskie.

Oczywiście wdrożenie tych zarządzeń nie było natychmiastowe. W szkołach Galicji po 1849 r. wciąż zdarzało się, że byli zatrudniani nauczyciele bez świadectwa zdania egzaminu nauczycielskiego³⁴, który mieli dopiero zdobyć (zatrudniano ich na stanowiskach tzw. nieegzaminowanych zastępców nauczycieli, inaczej nieegzaminowanych suplentów). Reguły dotyczące egzaminów kandydatów na nauczycieli w gimnazjach austriackich (również galicyjskich) były sukcesywnie uzupełniane i uściślane³⁵, np. 13 marca 1849 r. wydano zarządzenie związane z zatrudnianiem egzaminowanych zastępców nauczycieli stanowiące, że należy upewnić się, że znają oni język narodowy i zakres zagadnień, którego mają nauczać w szkole³⁶. Jedne z kolejnych wydano m.in. w 1853 r.³⁷ Dopiero rozporządzenie Ministerstwa Wyznań i Oświecenia z dnia 24 lipca 1856 r.³⁸, ogłoszone na mocy postanowienia z 17 kwietnia tego roku, dały instrukcje egzaminowania kandydatów, które obowiązywały przez kolejne trzy dekady. Instrukcje z 1856 r.³⁹ pozostawiały

³⁴ J. Czaczkowski, *O nauce matematyki w wyższym gimnazjum*, „Sprawozdanie Dyrekcji c.k. Wyższego Gimnazjum w Brzeżanach”, Sambor 1879, s. 3.

³⁵ Wydawano też inne zarządzenia związane z nauczaniem i nauczycielami. Zarządzenie z 25.01.1850 r. stanowiło, że nauczyciele gimnazjalni opłacani ze środków publicznych mają zakaz udzielania korepetycji w tzw. godzinach pozalekcyjnych, ale pod pewnymi warunkami przysługuje im roczny zasiłek w wysokości 200 guldenów począwszy od 1.11.1849 r. 15.11.1869 r. wydano przepisy dotyczące egzaminów przyszłych nauczycieli szkół elementarnych i szkół obywatelskich (*Bürgerschulen*), później je uzupełniano 22.12.1870 r., 15.01.1871 r., 5.04.1872 r. itd. Sukcesywnie przygotowano oddzielne przepisy dla nauczycieli szkół handlowych, żeglarskich itp., ale też oddzielne przepisy dla nauczycieli muzyki (21.08.1871 r.) czy rysunku odręcznego (20.10.1870 r.) w szkołach średnich (obowiązywały one zarówno nauczycieli gimnazjów, jak i szkół realnych).

³⁶ F. Starr, *Vollständiges Sach- und Nachschlage-Register zum österreichischen Reichsgesetzblatte von dessen Beginn 1849 bis zum Jahre 1872*, Wien 1872, s. 332.

³⁷ *Erlaß des Ministeriums für Cultus und Unterricht, betreffend die nachträgliche Prüfung der Gymnasial Lehramts candidaten* [18 Februar 1853], [w:] „Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien”, t. 4, Wien 1853, s. 331–332.

³⁸ *Erlaß des Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 24 Juli 1856, wirksam für den ganzen Umfang des Reiches, womit das, mit Allerhöchster Entschließung vom 17 April 1856, genehmigte definitive Gesetz über die Prüfung der Candidaten des Gymnasiallehramtes kundgemacht wird*, „Landes-Regierungsblatt für das Erzherzogthum Oesterreich unter der Enns” 1856, Abt. 1., s. 317–333.

³⁹ Te zarządzenia zostały szczegółowo omówione w: K. Rakoczy-Pindor, *Wyszkolenie nauczyciela gimnazjalnego matematyki w Galicji w latach 1850–1918*, [w:] *Dzieje matematyki polskiej*, red. W. Wiśniewski, Wrocław 2012, s. 163–172. We wskazanej pracy podano, że w Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie pod sygn. PKEN 31 znajduje się świadectwo egzaminu

w mocy niemalże wszystkie postanowienia zarządzeń tymczasowych z 1849 r. Zmiany były trzy: 1. w 1856 r. dodano informację⁴⁰, że w trakcie studiów uniwersyteckich kandydat musi zdobyć niezbędną wiedzę filozoficzną potrzebną do nauczania wybranych przez niego przedmiotów, musi też znać biegle język wykładowy, w którym zamierza uczyć w szkole, a jeżeli wybrany przez niego język wykładowy jest inny niż język niemiecki, to dodatkowo musi też wykazać biegłą znajomość języka niemieckiego; 2. na przygotowanie pisemnej pracy domowej kandydat otrzymywał teraz 12 tygodni⁴¹, a klauzurowy egzamin pisemny trwał 12 godzin; 3. egzamin ustny w obszarze filologicznym miał obejmować również historię grecką i rzymską. Przepisy te, z pewnymi drobnymi zmianami, obowiązywały kandydatów na nauczycieli gimnazjalnych aż do roku 1884 r.

W 1868 r., czyli w chwili uzyskania przez Galicję autonomii w nauczaniu, do już istniejących komisji dołączyła Komisja Egzaminacyjna dla Nauczycieli Gimnazjalnych w Krakowie⁴².

2.2. Egzaminy dla kandydatów na nauczycieli w szkołach realnych

W międzyczasie powstawały oddzielne komisje egzaminacyjne (początkowo w Wiedniu, Pradze, Bernie, Grazu, w 1873 r. również we Lwowie) i odpowiednie przepisy dla kandydatów na nauczycieli szkół realnych. Pierwsze z nich wydano 14 kwietnia 1853 r. W myśl tych zarządzeń kandydaci wraz z wnioskiem skierowanym do odpowiedniej komisji egzaminacyjnej musieli złożyć świadectwo ukończenia gimnazjum i gimnazjalne świadectwo maturalne (z wynikiem co najmniej dobrym). Od tego wymogu byli zwolnieni aplikanci, którzy chcieli uzyskać kwalifikacje nauczycielskie z geometrii wykreślnej i inżynierii mechanicznej (*Maschinenlehre*) — oni mogli do wniosku dołączyć jedynie świadectwo ukończenia sześcioklasowej szkoły realnej. Kandydaci musieli również dostarczyć dokument potwierdzający ukończenie trzech lat studiów w *Hochschule* lub w instytucie technicznym z dobrym zachowaniem⁴³.

nauczycielskiego Franciszka Mertensa. Tego świadectwa w Archiwum UJ jednak nie ma (ani pod wskazaną sygnaturą, ani pod żadną inną).

⁴⁰ *Erlaß des Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 24 Juli 1856, wirksam für den ganzen Umfang des Reiches, womit das, mit Allerhöchster Entschließung vom 17 April 1856, §4.*

⁴¹ Wcześniej było to od 6 do 8 tygodni. *Erlaß des Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 24 Juli 1856, wirksam für den ganzen Umfang des Reiches, womit das, mit Allerhöchster Entschließung vom 17 April 1856, §11.*

⁴² W Archiwum UJ w Krakowie w zbiorach pod sygn. PKEN 27, 28 i 29 znajduje się informacja, że już w 1868 r. kandydaci na nauczycieli otrzymywali od komisji krakowskiej tematy prac pisemnych, np. w kwietniu 1868 r. tematy prac pisemnych otrzymał Józef Flis [PKEN 27 i PKEN 30].

⁴³ *Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 24. April 1853, wirksam für den ganzen Umfang des Reiches, mit Ausnahme des Lombardiach-venetianischen Königreiches und der Militärgrenze, womit eine provisorische Vorschrift kundgemacht wird: A. über die Prüfung der*

Egzamin nauczycielski dla szkół realnych można było zdać w jednym z trzech zakresów:

1. języki,
2. geografia i historia,
3. nauki matematyczno-przyrodnicze, w tym:
 - a) matematyka,
 - b) geometria wykreślna ze związanym z nią „rysunkiem liniowym” (rysunkiem geometrycznym),
 - c) fizyka i mechanika teoretyczna,
 - d) inżynieria mechaniczna (*Maschinenlehre*),
 - e) historia naturalna,
 - f) chemia.

Osoby, które chciały uzyskać kwalifikacje do nauczania języka wykładowego, musiały przystąpić również do egzaminu na poziomie niższej szkoły realnej (*Unterrealschule*) z jednego z następujących przedmiotów: język (drugi język wykładowy, język francuski albo angielski), geografia i historia, fizyka, historia naturalna, matematyka.

Egzamin na nauczycieli szkół realnych miał taką samą postać, jak w przypadku egzaminów na nauczycieli gimnazjalnych, z tym że w tym przypadku egzaminy ustne obejmowały tylko: język wykładowy, religię, geografę, historię, matematykę, fizykę, historię naturalną.

Egzamin z każdego z tych przedmiotów można było zdać na poziomie *Unter-* albo *Oberrealschule*, co oznaczało *de facto* uzyskanie uprawnień do nauczania tego przedmiotu w niższej szkole realnej (*Unterrealschule*) albo w wyższej szkole realnej (*Oberrealschule*), przy czym uzyskanie uprawnień do nauczania danego przedmiotu w *Oberrealschule* oznaczało w istocie prawo do nauczania go w *Unterrealschule* (we wszystkich klasach, w których ten przedmiot był wykładany). Każdy, kto chciał zdobyć kwalifikacje z obszarów matematyczno-przyrodniczych, musiał przystąpić do egzaminu z co najmniej dwóch przedmiotów wymienionych w punktach a)–f), wśród nich z co najmniej jednego na poziomie *Oberrealschule*⁴⁴. W zakresie matematyki wymagania na egzamin w ramach *Unterrealschule* były ograniczone do znajomości matematyki elementarnej. W ramach *Oberrealschule* były to już: matematyka elementarna, rysunek geometryczny nauczany w *Unterrealschule*, geometria analityczna oraz elementy rachunku różniczkowego i całkowego niezbędne do głębszego studiowania przedmiotów techniczno-matematycznych. Oddzielne wymogi egzaminacyjne ustalono dla

Candidaten des Lehramtes an vollständigen Realschulen; B. in Betreff der Uebergangs-Bestimmungen, nach welchen die Lehramts-Candidaten Ihre Lehrfähigkeit in der nächsten Zukunft zu erproben haben, „Landes-Regierungsblatt für das Erzherzogthum Oesterreich ob. der Enns” 1853, Abt. 1, s. 165–182, §2.

⁴⁴ Ibidem, §4–5.

geometrii wykreślnej. Na egzaminie z tego przedmiotu na poziomie *Unterreal-schule* należało wykazać znajomość podstaw geometrii wykreślnej, w tym teorii rzutów, konstrukcji cieni, perspektywy (z zastosowaniem do celów architektonicznych, rolniczych i leśnych), oraz podstaw budownictwa w zakresie III klasy szkół realnych. Na egzaminie na poziomie *Oberrealschule* należało wnikliwie znać wszystkie zagadnienia omawiane w *Unterrealschule*, w tym szczególnie wykazać biegłość w praktycznym zastosowaniu geometrii wykreślnej w architekturze, mechanice, kartografii, miernictwie, konstrukcji ornamentów itd.

Znajomość podstaw matematyki była niezbędna, aby zdać egzaminy z innych przedmiotów. Przykładowo, wśród wymagań dla kandydatów na nauczycieli fizyki⁴⁵ w *Oberrealschule* umieszczono m.in. znajomość podstaw fizyki eksperymentalnej i podstaw chemii, znajomość mechaniki teoretycznej (na podstawie rachunku różniczkowego i całkowego). Od kandydatów wymagano rozumienia relacji łączących fizykę z astronomią, geografią matematyczną i meteorologią. Aby nauczać tego przedmiotu w *Unterrealschule*, należało znać podstawy fizyki z „dowodami opartymi na matematyce elementarnej”. W zakresie mechaniki wymagano znajomości mechaniki teoretycznej na podstawie elementów rachunku różniczkowego i całkowego, konstruowania maszyn oraz umiejętności wykonywania obliczeń związanych z maszynami⁴⁶.

W 1870 r. zmieniono kilka zarządzeń⁴⁷. Od tego momentu kandydaci musieli mieć ukończone trzy lata studiów w *technische Hochschule* albo na uniwersytecie. Wprowadzono też zmianę dotyczącą pisemnej pracy domowej: mogła ona obejmować dwa lub trzy zadania — jedno z zakresu dydaktyki i pedagogiki, a dwa kolejne z materiału związanego z przedmiotami głównymi egzaminu. Kandydat miał odtąd od trzech do czterech miesięcy na ich przygotowanie. Podobnie jak w przypadku egzaminów na nauczycieli gimnazjalnych, mógł on być zwolniony z rozwiązania jednego, a nawet wszystkich tych zadań, jeżeli wraz z życiorysem dostarczył komisji publikacje o odpowiednio wysokiej wartości naukowej.

Były to przepisy ogólnokrajowe. W związku z tym w wydawanych w tym czasie oddzielnych zarządzeniach dla szkół realnych poszczególnych regionów (np. 15 lutego 1870 r. wydano takie zarządzenia dla Górnego i Dolnego Śląska⁴⁸) zaznaczano, że kandydaci na nauczycieli szkół państwowych i prywatnych

⁴⁵ Ibidem, §12.

⁴⁶ Ibidem, §13.

⁴⁷ Zob.: *Verordnung des Ministers für Cultus und Unterricht vom 6 October 1870 womit mehrere Bestimmungen der Vorschrift über die Prüfungen der Candidaten des Lehramtes an vollständigen Realschulen abgeändert werden*, [w:] *Prüfungs-Vorschriften für Candidaten des Lehramts an Realschulen*, Wien 1878, s. 19–21.

⁴⁸ Obejmujące m.in. program nauczania oraz zasady egzaminowania uczniów. W tych zarządzeniach przypomniano również, że wszyscy nauczyciele szkół realnych (państwowych i prywatnych) muszą mieć zdany egzamin przed specjalną komisją egzaminacyjną powołaną przez Ministra, wedle ogólnokrajowych przepisów; przepisy te ustalały również m.in., że dyrektor miał obowiązek

są egzaminowani wedle umieszczonych w nich wytycznych. Analogicznie było z zarządzeniami wydawanymi np. dla oficerów, którzy chcieli zdać egzamin nauczycielski umożliwiający pracę w szkołach realnych, w szczególności w *Militär-Bildungsanstalten*⁴⁹ — od 1868 r. w wojskowych placówkach oświatowych mogli pracować jedynie nauczyciele, którzy mieli zdany egzamin nauczycielski przed komisją egzaminacyjną dla szkół realnych w Wiedniu. Przepisy z 1870 r. stanowiły już, że przedmiotami tego egzaminu w zakresie przewidzianym dla *Oberrealschulen* są:

1. Obszar językowo-historyczny:
 - a) język niemiecki,
 - b) język czeski,
 - c) język węgierski,
 - d) język francuski,
 - e) geografia,
 - f) historia.
2. Obszar matematyczno-przyrodniczy:
 - a) matematyka elementarna,
 - b) geometria wykreślna,
 - c) historia naturalna,
 - d) fizyka,
 - e) chemia,
 - f) nauka o maszynach.

Każdy kandydat na nauczyciela był zobowiązany do zdania egzaminu z co najmniej dwóch przedmiotów wymienionych w jednym z powyższych obszarów, a egzamin musiał być przeprowadzony w całości zgodnie z wytycznymi z rozporządzeń z 1853 r. Od każdego kandydata wymagano znajomości historii pedagogiki oraz metodyki nauczania wybranych przez niego przedmiotów. Świadectwo nauczycielskie dla *Oberrealschulen* uprawniało: w zakresie dyscyplin językowo-historycznych do zatrudnienia we wszystkich wojskowych placówkach oświatowych; w zakresie matematyki i historii naturalnej — w Kolegium Wojskowym (*Militärcollegium*) oraz Wojskowej Szkole Technicznej (*Militär-technische Schule*); w zakresie fizyki i chemii — w Wojskowej Szkole Technicznej; w zakresie geometrii wykreślnej — w Wojskowej Szkole Technicznej i Akademii Wojskowych (*Militärakademien*).

uczyć 6–8 godzin tygodniowo w pełnej szkole realnej i 8–10 godzin w *Unterrealschulen*, a nauczyciele zwyczajni przedmiotów naukowych nie powinni mieć więcej niż 20 godzin tygodniowo (*Gesetz vom 15. Februar 1870, wirksam für das Herzogthum Ober- und Nieder-Schlesien*, s. 78–79).

⁴⁹ *Circular-Verordnung des Reichskriegsministeriums vom 21. Juni 1870, Abtheilung 6, Nr. 791, betreffend die Bestimmungen bezüglich jener Officiere, welche sich der Lehramtsprüfung für Realschulen, namentlich zum Zwecke ihrer Verwendung als Lehrer in den Militär-Bildungsanstalten zu unterziehen wünscheten*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 2, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1889, s. 428–431.

Rok 1884 przyniósł zlikwidowanie oddzielnych komisji egzaminacyjnych dla kandydatów na nauczycieli gimnazjów i szkół realnych. Od tego roku kandydaci na nauczycieli w szkołach średnich Galicji byli egzaminowani głównie przez komisje w Krakowie i we Lwowie⁵⁰. Przystąpienie do egzaminu nauczycielskiego w kraju innym niż ten, w którym kandydat zamieszkiwał, było możliwe tylko po uzyskaniu zezwolenia Ministerstwa Wyznań i Oświecenia. Gimnazjalne świadectwo nauczycielskie było również respektowane w odniesieniu do szkół realnych. Każdy nauczyciel gimnazjalny miał prawo nauczania swego przedmiotu również w szkole realnej, ale nie każdy nauczyciel szkoły realnej mógł przejść do pracy w gimnazjum⁵¹ — było to związane, jak pisano, z „naturą przedmiotów fachowych” (specjalistycznych)⁵².

Przed przystąpieniem do egzaminu każdy kandydat musiał dostarczyć świadectwo maturalne (gimnazjalne lub ze szkoły realnej), świadectwo ukończenia czterech lat studiów uniwersyteckich⁵³, wraz z informacją o zaliczeniu wykładów z filozofii, języka wykładowego, w którym zamierzał prowadzić zajęcia, i języka niemieckiego, oraz o zdobyciu odpowiedniego wykształcenia pedagogicznego i dydaktycznego. Kandydaci na nauczycieli geometrii wykresłnej musieli wykazać ukończenie co najmniej dwóch lat studiów z geometrii wykresłnej w *technische Hochschule*. Zarządzenia z 1884 r. stanowiły również, że zwolnienie z pracy domowej można było uzyskać nie tylko na podstawie pracy drukowanej, ale też niedrukowanej pracy doktorskiej aprobowanej przez wydział filozoficzny. Sama postać egzaminów i wymogi egzaminacyjne pozostały w zbliżonej postaci do tych ustanowionych w latach pięćdziesiątych XIX w.

2.3. Deficyt nauczycieli szkół średnich w Galicji — jego powody i próby likwidacji. Zarządzenia egzaminacyjne z 1897 r.

Odgórnie regulacje dotyczące kształcenia nauczycieli nie były optymalne. Wielokrotnie pojawiały się głosy, że w zaborze austriackim jest zbyt mało nauczycieli. Pod koniec roku szkolnego 1882/1883 w Galicji było łącznie 584 nauczycieli szkół średnich, w tym 27 dyrektorów (4,62%), 37 nauczycieli religii (6,34%), 287 nauczycieli przedmiotów świeckich (49,14%), 19 zastępców nauczycieli

⁵⁰ *Ministerial-verordnung vom 7 Februar 1884, Z. 2117, betreffend die Prüfung der Candidaten des Gymnasial- und des Realschul-Lehramtes*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 2, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1889, s. 458–485.

⁵¹ H. Kramarz, *Kształcenie nauczycieli gimnazjalnych w Galicji autonomicznej*, „Rocznik Naukowo-Dydaktyczny” 1987, z. 109, s. 273.

⁵² *Ibidem*, s. 272. Zob. też: *Nowe przepisy egzaminacyjne dla kandydatów na nauczycieli w gimnazjach i szkołach realnych*, wydał i objaśnił L. Cyfrowicz, Kraków 1884, s. 116.

⁵³ Wcześniejsze zarządzenia wymagały od kandydatów ukończenia trzech lat studiów uniwersyteckich.

religii i pomocników (3,26%), 214 suplentów (36,64%)⁵⁴. Suplentów egzaminowanych z kwalifikacją dla gimnazjów pod koniec roku 1882/1883 r. było 97, w tym 35 z kwalifikacją do nauczania matematyki. Suplentów z kwalifikacją dla szkół realnych było 23, w tym 7 z kwalifikacją do nauczania matematyki oraz 2 z kwalifikacją do nauczania geometrii wykreślnej i matematyki⁵⁵. Nauczycieli z pełną kwalifikacją dla gimnazjów było 231, w tym 51 z kwalifikacją do nauczania matematyki. Nauczycieli z kwalifikacją dla szkół realnych było łącznie 53, z kwalifikacją do nauczania matematyki było 12 i dodatkowo 7 z kwalifikacją do nauczania geometrii wykreślnej i matematyki⁵⁶.

Ważną rolę w kształceniu, a później dokształcaniu nauczycieli szkół średnich odegrało w Galicji Towarzystwo Nauczycieli Szkół Wyższych założone w 1884 r. Pierwsze walne zebranie Towarzystwa odbyło się 9 kwietnia 1884 r. Jego celem było m.in. zapoznanie członków z najnowszymi zdobyczami naukowymi, a także dzielenie się spostrzeżeniami i doświadczeniami uzyskanymi w pracy naukowej⁵⁷. Piąte zebranie Towarzystwa, które miało miejsce w Krakowie w 1889 r., a później także jedenaste zebranie (Kraków, 1895), poświęcone były już omówieniu powodów deficytu nauczycieli i kandydatów na nauczycieli szkół średnich w Galicji oraz działaniom, które pozwoliłyby ten deficyt usunąć. Krytykowano przede wszystkim egzaminy nauczycielskie, dlatego w Galicji „sprawę egzaminów i regulaminu egzaminacyjnego zajmowano się i wcześniej i częściej i goręcej, aniżeli w innych krajach państwa [Austrii]”⁵⁸. Kwestię egzaminów nauczycielskich omawiano też kilkakrotnie w sekcji szkolnej i na pełnych posiedzeniach Sejmu Krajowego Królestwa Galicji i Lodomerii wraz z Wielkim Księstwem Krakowskim. Odezwy komisji egzaminacyjnych w Krakowie i we Lwowie z lat 1889 i 1890 alarmowały też, że w szkołach Galicji jest zbyt dużo nieegzaminowanych suplentów. W konsekwencji pod koniec 1891 r. ówczesny namiestnik i prezydent galicyjskiej Rady Szkolnej Krajowej Kazimierz Badeni zaprosił na tajną naradę sześciu członków komisji egzaminacyjnych we Lwowie i w Krakowie, w tym matematyka dr. Władysława Zajączkowskiego i inspektorów szkół średnich⁵⁹. Celem

⁵⁴ „Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w latach szkolnych 1875–1883”, cz. 2, Lwów 1885, s. 17.

⁵⁵ Ibidem, s. 14–15.

⁵⁶ Ibidem, s. 11–12. Stanisław Domoradzki podaje, że w latach 1867–1914 liczba gimnazjów w Galicji zwiększyła się z 19 do 130, a liczba nauczycieli z około 300 do ok. 3050 (w szkołach państwowych i prywatnych). Zob.: S. Domoradzki, *Programy nauczania matematyki w gimnazjach galicyjskich*, „Antiquitates Mathematicae” 2009, t. 3, s. 226.

⁵⁷ H. Kramarz, *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914: Studium historyczno-socjologiczne*, Kraków 1987 (Prace Monograficzne Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie, t. 80), s. 58.

⁵⁸ L. Ćwikliński, *Nowe przepisy o egzaminie kandydatów zawodu nauczycielskiego w gimnazjach i szkołach realnych*, s. 730.

⁵⁹ „Sprawozdanie c.k. Rady Szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1891/92”, Lwów 1892, s. 10–11.

obrad miało być przygotowanie projektu zmian w sposobie kształcenia nauczycieli oraz przeprowadzania egzaminów nauczycielskich. Ustalono m.in., że⁶⁰:

1. kandydaci na nauczycieli nie posiadają wystarczających umiejętności pedagogicznych i dydaktycznych, a rozpoczynając pracę w szkołach, nie posiadają wiedzy na temat organizacji szkół, planów nauczania czy podręczników szkolnych, dlatego Komisja zaleca, aby w miejsce zadania domowego z pedagogiki i dydaktyki odbywał się egzamin ustny z tych przedmiotów (kandydaci mieliby obowiązek uczestniczyć w wykładach z pedagogiki i dydaktyki na uniwersytecie i wykazać świadectwo, że to uczynili). Egzamin ustny powinien odbywać się także z organizacji szkół i „specjalnej dydaktyki nauk, do których kandydat się sposobi”⁶¹ (tutaj egzaminatorem miałby być inspektor szkolny wchodzący w skład Komisji).
2. zalecenia Komisji związane z pisemną pracą domową:
 - a) należy usunąć pisemną pracę domową z pedagogiki i dydaktyki,
 - b) należy zezwolić kandydatom, aby wraz ze zgłoszeniem na egzamin przesyłali komisjom egzaminacyjnym prace wykonane w trakcie seminariów i laboratoriów, a komisje na ich podstawie powinny mieć możliwość zwolnienia kandydata z pisemnej pracy domowej.

Ostateczne wyniki i propozycje zmian przedłożono Ministerstwu Wyznań i Oświecenia w Wiedniu, które w kolejnych latach wydało szereg wyjaśnień i uzupełnień przepisów z 1884 r., m.in. została zatwierdzona propozycja z punktu 2.b)⁶². Co więcej, w 1895 r. Ministerstwo zwróciło się do profesorów uniwersyteckich z prośbą o podanie powodów ciągle zmniejszającej się liczby kandydatów na nauczycieli⁶³. W konsekwencji wszystkich prowadzonych badań w 1896 r. ogłoszono ministerialnie, że za brakiem kandydatów stać mogą zbyt uciążliwe egzaminy nauczycielskie.

30 sierpnia 1897 r. wydano nowe zarządzenia dotyczące egzaminowania kandydatów na nauczycieli w gimnazjach i szkołach realnych. Wymogi co do dokumentów, które należało dostarczyć przy zgłaszaniu do egzaminu, były zgodne z ustaleniami zarządzeń z 1884 r.⁶⁴ Od tej pory uprawnienia nauczycielskie można było uzyskać w ramach wybranego przedmiotu głównego i przedmiotu pobocznego. „Pomyślny egzamin z głównego przedmiotu daje prawo do uczenia owego przedmiotu w całym gimnazjum lub w całej szkole realnej, pomyślny zaś

⁶⁰ Ibidem.

⁶¹ Ibidem.

⁶² L. Ćwikliński, *Nowe przepisy o egzaminie kandydatów zawodu nauczycielskiego w gimnazjach i szkołach realnych*, s. 743; *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich*, zestawił Henryk Kopia, Lwów 1900, s. 176.

⁶³ Ibidem, s. 3.

⁶⁴ *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich*, zestawił Henryk Kopia, s. 162–163.

egzamin z przedmiotu pomocniczego [pobocznego] do uczenia tylko w niższym gimnazjum lub niższej szkole realnej”⁶⁵. Dostępne warianty były następujące:

- a) filologia klasyczna (łacina, greka i ich literatura) jako przedmiot główny oraz język wykładowy jako przedmiot poboczny,
- b) język niemiecki lub dowolny inny język wykładowy jako przedmiot główny oraz języki łaciński i grecki jako przedmioty poboczne,
- c) geografia i historia jako przedmioty główne,
- d) matematyka i fizyka jako przedmioty główne,
- e) historia naturalna jako przedmiot główny oraz matematyka i fizyka jako przedmioty poboczne,
- f) filozofia i język grecki jako przedmioty główne oraz łacina jako przedmiot poboczny,
- g) filozofia i matematyka jako przedmioty główne oraz fizyka jako przedmiot poboczny.

Dla kandydatów na nauczycieli w szkołach realnych, obok grupy d), były dostępne następujące warianty:

- h) jeden z języków nowożytnych (do wyboru: francuski, włoski, angielski, niemiecki) oraz język wykładowy jako przedmioty główne,
- i) język angielski jako przedmiot główny oraz język francuski i język wykładowy jako przedmioty poboczne,
- j) matematyka i geometria wykreślna jako przedmioty główne,
- k) matematyka jako przedmiot główny oraz rysunek geometryczny i fizyka jako przedmioty poboczne,
- l) historia naturalna i chemia jako przedmioty główne,
- m) historia naturalna albo chemia jako przedmiot główny oraz dwa dowolnie wybrane przedmioty spośród następujących: matematyka, fizyka, chemia, historia naturalna i geografia, jako przedmioty poboczne.

Podobnie jak wcześniej pierwszym etapem egzaminu były pisemne prace domowe, a dalej kolejno: prace pisemne pod nadzorem (egzamin klauzurowy), egzamin ustny oraz lekcje próbne hospitowane przez wybranych członków komisji egzaminacyjnej. Zmiany zaszły w tematyce pisemnych prac domowych — z każdego przedmiotu głównego otrzymywano jedno zadanie; dodatkowo jedno zadanie domowe sprawdzające wiedzę ze wszystkich przedmiotów pobocznych (na rozwiązanie zadań otrzymywano trzy miesiące); usunięto pracę domową z zakresu pedagogiki i dydaktyki. Egzaminy klauzurowe odbywały się z każdego przedmiotu wyszczególnionego w wariantcie wybranym przez kandydata. Z przedmiotu głównego egzamin pisemny trwał 8 godzin, a z pobocznego 4 godziny. Przedmiotami egzaminu ustnego w przypadku wszystkich wariantów zawierających matematykę lub geometrię wykreślną były: język niemiecki, język

⁶⁵ Ibidem, s. 165.

wykładowy (o ile był inny niż niemiecki) oraz wszystkie przedmioty wymienione w wybranym wariantcie⁶⁶. Po uzyskaniu świadectwa nauczycielskiego kandydat był zobowiązany do odbycia rocznego stażu pedagogicznego (w tym zakresie w dalszym ciągu obowiązywały zarządzenia z 1849 r.).

Rozszerzeniu uległy też wymogi egzaminacyjne z matematyki i geometrii wykreślnej jako przedmiotów głównych⁶⁷. W przypadku matematyki rozszerzone one zostały o rachunek wariacyjny oraz funkcje⁶⁸. Na egzaminie z geometrii wykreślnej obowiązywała m.in. znajomość konstrukcji związanych z krzywymi drugiego, trzeciego i czwartego rzędu, liniami śrubowymi, cykloidami płaskimi i kulistymi, powierzchniami obrotowymi, powierzchniami drugiego rzędu, teorią cieni, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań do kamieniarsstwa, ciesiołki, gnomoniki i kartografii, aż w końcu geometria syntetyczna.

Te zarządzenia pozostały w mocy do drugiej dekady XX w. Pomimo wskazania przez profesorów uniwersyteckich powodu trudności z obsadzeniem kadry pedagogicznej szkół średnich Galicji, a był nim zbyt trudny egzamin nauczycielski, zarządzenia z 1897 r. nie wprowadziły w tej kwestii na tyle istotnych ułatwień, aby poprawić sytuację kadrową. Wprawdzie m.in. zmniejszono liczbę przedmiotów zdawanych na egzaminie ustnym, wskazano dodatkowe możliwości uzyskania zwolnienia z pisemnej pracy domowej, ale za to wymogi na egzamin z wybranych przedmiotów uległy rozszerzeniu. W konsekwencji nie wszystkie wytyczne ministerialne były przestrzegane. Przykładowo:

Przepisy urzędowe wymagające roku próbnego stały się jednak, jak sygnalizowano w Sejmie i na łamach «Muzeum», prawie niewykonalnymi, stąd nie przestrzegano ich zbyt rygorystycznie. Tylko w kilku gimnazjach suplenci pracowali pod nadzorem starszych nauczycieli, a w szkołach realnych przepisy te całkiem rozmiękały się z życiem. Nauczycieli w szkołach brakowało, rozliczne obowiązki nie pozwalały im na opiekowanie się suplentami i usposabianie ich do zawodu. W tej sytuacji nowo zatrudnieni skazani byli wyłącznie na siebie samych, na posiadaną wiedzę i wyczucie pedagogiczne⁶⁹.

⁶⁶ W Prusach te egzaminy były dużo bardziej złożone.

⁶⁷ Wymagania na egzamin z rysunku geometrycznego jako przedmiotu pobocznego: Nauka geometrii wykreślnej w takiej rozciągłości, w jakiej ma być nauczana w wyższych klasach szkół realnych; wykreślenia w rzucie aksonometrycznym; początki nauk o cieniach i perspektywy liniowej; konstrukcje geometryczne wieloboków i na wielobokach, krzywych płaskich zwłaszcza przecięć stożkowych; pewność i wprawa w rysunku geometrycznym, zob. *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich, zestawił Henryk Kopia*, s. 174–175.

⁶⁸ Ibidem, s. 171.

⁶⁹ H. Kramarz, *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914*, s. 65.

2.4. Doksztalcanie i podnoszenie kompetencji kandydatów na nauczycieli oraz nauczycieli

Receptą miały być tutaj różne przedsięwzięcia, zorganizowane na szczeblu ministerialnym, umożliwiające kandydatom na nauczycieli i nauczycielom etatowym doksztalcanie się i podnoszenie kwalifikacji. Aby zmniejszyć problemy związane z tym, że kandydaci na nauczycieli często mieli niewystarczające wsparcie i opiekę w trakcie rocznego stażu pedagogicznego, Ministerstwo Wyznań i Oświecenia już w 1895 r. utworzyło w gimnazjum św. Anny w Krakowie kurs praktyczny dla kandydatów na nauczycieli. Przeznaczono na to sześć stypendiów po 300 zł⁷⁰. W roku szkolnym 1902/1903 takie kursy otworzono też w Gimnazjum III w Krakowie oraz Gimnazjum VI we Lwowie⁷¹, a dwa lata później również w Gimnazjum V we Lwowie. Były to kursy dla słuchaczy wydziału filozoficznego, którzy ukończyli przynajmniej sześć semestrów studiów uniwersyteckich⁷². Kurs trwał 10 miesięcy (czyli jeden rok szkolny), uczestniczyło w nim zazwyczaj 4–8 słuchaczy⁷³, a na czas jego trwania słuchacz mógł otrzymać comiesięczne stypendium — było to związane z tym, że kursanci zobowiązywali się, że obok kontynuowania studiów uniwersyteckich i udziału w kursie nie podejmą żadnych aktywności zarobkowych, np. nie będą udzielali korepetycji. W trakcie kursu słuchacz był przydzielony do jednej klasy — hospitował i prowadził tam zajęcia z jednego wskazanego przez dyrekcję przedmiotu pod kierunkiem doświadczonego nauczyciela, ponadto uczestniczył w konferencjach nauczycieli (zebraniach), kilka razy w roku mógł hospitować wszystkie zajęcia w klasie, do której został przydzielony, miał też obowiązek prowadzenia dziennika, w którym dokładnie sprawozdawał wszystkie swoje aktywności⁷⁴. Henryka Kramarz w *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914: Studium historyczno-socjologiczne* wysnuła wniosek, że wymienione kursy praktyczne dla kandydatów na nauczycieli (nazwała je też „seminariami” dla nauczycieli) miały na celu zastąpienie rocznego stażu pedagogicznego⁷⁵. Po ukończeniu kursu kandydat otrzymywał zaświadczenie o odbyciu praktyki pedagogicznej. Dopiero takie zaświadczenie wraz ze świadectwem egzaminu nauczycielskiego dawało urzędową podstawę do starań o posadę nauczyciela w gimnazjum lub w szkole realnej⁷⁶. Zauważmy, że

⁷⁰ W 1904 r. w sprawozdaniu pojawiła się informacja, że do tej pory kurs ukończyło 57 kandydatów („Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1903/4”, Lwów 1904).

⁷¹ Ibidem, s. 19.

⁷² *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich*, zestawił Henryk Kopia, s. 4 i nn.

⁷³ H. Kramarz, *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914*, s. 63–64.

⁷⁴ *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich*, zestawił Henryk Kopia, s. 4 i nn.

⁷⁵ H. Kramarz, *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914*, s. 63.

⁷⁶ Ibidem, s. 63–64.

zgodnie z obowiązującymi zarządzeniami do egzaminu nauczycielskiego mógł się zgłosić kandydat, który ukończył cztery lata studiów uniwersyteckich. Tym samym większość uczestników kursu dla kandydatów na nauczycieli przystępowała do egzaminu nauczycielskiego po ukończeniu „rocznego stażu pedagogicznego”. Z drugiej strony mieli oni możliwość prowadzenia zajęć z uczniami szkół średnich, nawet jeśli nie wykazali jeszcze przed komisją egzaminacyjną wystarczającej wiedzy naukowej oraz umiejętności pedagogicznych i dydaktycznych ani w zakresie przedmiotu, którego uczyli, ani języka wykładowego.

Osoby, które dopiero planowały przystąpić do egzaminu nauczycielskiego (nieegzaminowani suplenci), pracowały również w innych szkołach Galicji. Aby ułatwić im przygotowanie do egzaminu, Ministerstwo Wyznań i Oświecenia udzielało urlopów od pracy w szkole. Kandydatów proponowała Rada Szkolna Krajowa:

W celu ułatwienia przygotowania się do egzaminu nauczycielskiego dano także w ubiegłym roku szkolnym urlop w pierwszym półroczu trzem, a w drugim półroczu czterem zastępcom i zmniejszono liczbę godzin wykładowych w pierwszym półroczu jednemu, a w drugim sześciu zastępcom. Także i na rok 1892/3 dano urlop jednemu, a siedmiu zmniejszono do połowy przepisaną liczbę godzin. [...] Faktycznie jednak urlopowanie pozostaje w ścisłym związku z możliwością zastąpienia siłami świeżymi urlopowanych, a nadto zanim można polecić kandydatów do urlopu lub zmniejszania liczby godzin, winna Rada Szkolna zawsze przekonać się, czy prośba należy jest uzasadnioną⁷⁷.

W ramach lepszego przygotowania do egzaminu i późniejszej pracy zawodowej Ministerstwo przyznawało również stypendia dla kandydatów na nauczycieli, tym samym kontynuowano tradycję rozpoczętą jeszcze przez polską Komisję Edukacji Narodowej. Stypendia otrzymywali również przyszli nauczyciele geometrii wykreślnej. Na przełomie XIX i XX w. były to m.in.⁷⁸:

1. Stypendia dla kandydatów na nauczycieli języka niemieckiego na pobyt na uniwersytetach w Wiedniu, Grazu lub Innsbrucku, ewentualnie także w Berlinie (od 1877 r.). Stypendyści musieli się zobowiązać, że po powrocie rozpoczną pracę w galicyjskich szkołach średnich. Do 1 października 1896 r. przyznano 28 stypendiów tego typu po 600 zł każde.
2. Dla kandydatów na nauczycieli języka francuskiego przeznaczano rocznie łącznie 1000 zł na wyjazdy do Paryża — na studia teoretyczne i praktyczne. Ponadto Ministerstwo udzielało zasiłków, po 300 zł każdy, na wyjazdy do Genewy w celu uczestniczenia w wakacyjnych kursach języka francuskiego prowadzonych z myślą o kandydatach na nauczycieli.

⁷⁷ „Sprawozdanie c.k. Rady Szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1891/92”, s. 9.

⁷⁸ „Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1895/6”, Lwów 1896, s. 6–7.

3. Przyznawano też stypendia dla przyszłych nauczycieli języka ruskiego — w 1899 r. były to trzy stypendia po 300–400 zł⁷⁹.
4. Reskrytem z dnia 17 lipca 1895 r. Minister Wyznań i Oświecenia ustanowił stypendia dla kandydatów na nauczycieli geometrii wykreślnej i matematyki, albo fizyki i chemii w szkołach realnych, w kwocie 300 zł każde; na początku XX w. stypendium zwiększono do 600 zł⁸⁰.
5. Również nauczyciele rysunków odręcznych otrzymali dofinansowanie w kwocie 300 zł na naukę w Muzeum Sztuki i Przemysłu w Wiedniu. Początkowo przyznawano po jednym stypendium rocznie, ale z czasem zwiększono ich liczbę do kilku.

Ministerstwo zaplanowało też stypendia dla nauczycieli, w celu podniesienia ich kwalifikacji. Wśród nich nie było jednak stypendiów dla nauczycieli matematyki czy geometrii wykreślnej. W 1893 r. rozpoczęto przyznawanie stypendiów dla nauczycieli filologii klasycznej lub historii powszechnej⁸¹, a trzy lata później stypendiów dla nauczycieli nauk przyrodniczych i geografii⁸². O te stypendia mogli się starać nauczyciele z przynajmniej trzyletnią praktyką na stanowisku nauczyciela etatowego. Informacje o liczbie przyznanych stypendiów (dla kandydatów na nauczycieli i dla nauczycieli) w danym roku, często wraz z nazwiskami stypendystów, umieszczano w „Sprawozdaniach c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich”.

Kolejną formą podnoszenia kompetencji, z której mogli już korzystać m.in. galicyjscy nauczyciele matematyki, były kursy dla nauczycieli prowadzone na

⁷⁹ „Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1898/9”, Lwów 1899, s. 36.

⁸⁰ W roku 1899 były to już cztery stypendia po 300 zł (ibidem, s. 36). W roku 1900/1901 wysokość stypendiów podwyższono do 600 zł („Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1900/1901”, Lwów 1901, s. 11). W sprawozdaniu z roku 1904 pojawiła się informacja, że do tej pory przyznano 9 takich stypendiów.

⁸¹ Stypendia te były przyznawane w kwocie 800–1000 zł na czas letniego półroczia i ich celem było „dać sposobność uzupełnienia zawodowego wykształcenia przez poznanie tych dwóch najważniejszych krajów cywilizowanych starożytności, ażeby tem skuteczniej przysposobić mogli uczniów do zrozumienia życia umysłowego i cywilizacji klasycznych narodów starożytnego świata” („Sprawozdanie c.k. Rady Szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1891/92”, s. 10). Nauczyciel, zgłaszając chęć otrzymania takiego stypendium, musiał dołączyć do podania: Curriculum Vitae, świadectwo kwalifikacji nauczycielskiej, tabelę kwalifikacyjną i świadectwa aplikacji, prace naukowe, które już ogłosił lub zamierza ogłosić.

⁸² Reskrytem z dnia 20.03.1896 r. wprowadzono stypendia dla nauczycieli nauk przyrodniczych i geografii w kwocie 300 zł na 3–4 tygodniowe podróże naukowe w czasie wakacji szkolnych. Stypendyści mogli zwiedzać muzea, badać zbiory instytucji naukowych, zwiedzać wykopaliska, brać udział w ekspedycjach naukowych geologicznych, geograficznych itd. („Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1895/6”, s. 7). Od osób starających się o stypendium wymagano kwalifikacji nauczycielskiej w zakresie nauk przyrodniczych, szczególnie z historii naturalnej i geografii, oraz przynajmniej trzyletniej pracy w charakterze nauczyciela etatowego.

uniwersytetach. Przykładowo w dniach 26–31 marca 1900 r. pracownicy Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie (Kazimierz Żorawski⁸³, Maurycy Rudzki, Władysław Natanson, August Witkowski, Karol Olszewski, Tadeusz Estreicher) wygłosili szereg wykładów z zakresu matematyki, geografii matematycznej i fizycznej, fizyki i chemii, których celem było zaznajomienie nauczycieli z najnowszymi odkryciami naukowymi. Wykłady te „przyczyniły się znacznie do rozbudzenia ruchu naukowego między nauczycielami, a pośrednio wywarły bardzo pomyślny wpływ na naukę w szkołach średnich”⁸⁴. Podobnie w 1893 r. na uniwersytetach lwowskim i krakowskim zorganizowano dla nauczycieli kurs archeologii⁸⁵. Kursy tego typu nie miały jednak natury cyklicznej.

Wprowadzenie w 1849 r. *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* oprócz zmian w sposobie kształcenia grona pedagogicznego szkół średnich Galicji przyniosło jednocześnie nową na ziemiach austriackich metodę podnoszenia kwalifikacji nauczycieli, która była wzorowana na wprowadzonych wcześniej przepisach pruskich czy przepisach obowiązujących w Księstwie Warszawskim. Od tej pory szkoły w Austrii (również w Galicji) przygotowujące do egzaminów maturalnych miały obowiązek na zakończenie każdego roku szkolnego publikować sprawozdanie ze swojej działalności⁸⁶, umieszczając w nim m.in.:

1. artykuł naukowy lub dydaktyczny jednego z nauczycieli,
2. program nauczania realizowany w danym roku szkolnym,
3. informacje statystyczne o liczbie uczniów i nauczycieli,
4. informacje o pomocach dydaktycznych ze wskazaniem źródeł, z których zostały zakupione czy podarowane.

⁸³ Kazimierz Żorawski, wedle materiałów źródłowych znajdujących się w Archiwum UJ, od 1899 r. był członkiem komisji egzaminacyjnej w Krakowie i sprawował tę funkcję do końca okresu omawianego w niniejszym artykule. Funkcję egzaminatora z zakresu matematyki przejął po Franciszku Karlińskim. Członkiem komisji był również wymieniony dalej fizyk August Witkowski. Kazimierz Żorawski (1866–1953) w 1888 r. ukończył studia na uniwersytecie w Warszawie, trzy kolejne lata spędził na studiach uzupełniających najpierw w Getyndze, a następnie w Lipsku, gdzie w 1891 r. obronił doktorat. W 1892 r., po uzyskaniu habilitacji, rozpoczął pracę w Szkole Technicznej we Lwowie. W latach 1895–1919 był profesorem Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, następnie pracował na politechnice i uniwersytecie w Warszawie. W latach 1920–1921 był dyrektorem Departamentu Nauki i Szkół Wyższych Ministerstwa Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego. Jego działalność naukowa dotyczyła przede wszystkim teorii grup Liego, geometrii różniczkowej i równań różniczkowych. Zob. R. Duda, *Historia matematyki w Polsce na tle dziejów nauki i kultury*, Warszawa 2019, s. 265, 422.

⁸⁴ „Sprawozdanie c.k. Rady Szkolnej Krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1899/1900”, Lwów 1900, s. 12.

⁸⁵ *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich, zestawil Henryk Kopia*, s. 4 i nn.

⁸⁶ Ministerium des Cultus und Unterrichts, *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen*, s. 93–94.

Ustawy z 1849 r. wyraźnie zaznaczały, że sprawozdania szkolne nie mogły być wydrukowane bez artykułu naukowego jednego z nauczycieli danej szkoły⁸⁷. W 1875 r. wydano zarządzenia, w których uściślono tematykę artykułów: „Rozprawy popularyzujące naukę, przeznaczone dla szerszych kół niż jedynie dla kolegów zawodowych i pracowników nauki, powinny być wyłączone ze sprawozdań. Wybór tematu jest zupełnie dowolny, bez względu na to, czy wzięto go z jak najszerzego zakresu nauki, czy też z tego, co nastroczają lokalne stosunki odnośnie do topografii, historii, języka, etnografii, przemysłu, zjawisk klimatycznych lub przyrodniczych”⁸⁸. Rozprawa miała być przygotowana w języku wykładowym obowiązującym w danej szkole lub w języku łacińskim, ewentualnie w języku niemieckim, jeżeli nie był on językiem wykładowym⁸⁹. W wyjątkowych sytuacjach można było przygotować rozprawę w jednym z innych języków nauczanych w szkole w ramach zajęć obowiązkowych. Nauczyciela, który miał przygotować rozprawę naukową, wybierano na jednym z pierwszych posiedzeń gromady pedagogicznej w danym roku szkolnym i brano przy tym pod uwagę wiek, stosunki służbowe, warunki zdrowia itd. Od 1875 r. można było też wydrukować sprawozdanie szkolne bez rozprawy naukowej, ale tylko i wyłącznie po uprzednim uzyskaniu akceptacji Ministerstwa Wyznań i Oświecenia⁹⁰. Pięć lat później ustalono, że w rozprawie nie można umieszczać „zbyt ostrej, nieprzychylniej lub naruszającej powagę nauczyciela krytyki rozprawy jakiegoś innego kolegi zawodowego”. Wymogi związane z rozprawami naukowymi umieszczanymi w sprawozdaniach szkół średnich Galicji były bardziej rygorystyczne niż miało to miejsce w Prusach⁹¹.

Aby zachęcić nauczycieli Galicji spoza Lwowa i Krakowa do przygotowywania artykułów, w 1891 r. wprowadzono dla nich premie za najlepsze prace drukowane w sprawozdaniach — przyznawało je Ministerstwo na wniosek galicyjskiej Rady Szkolnej Krajowej. Co roku przydzielano kilka premii po 100 zł każda⁹²; nauczyciele mogli też otrzymać publiczną pochwałę za przygotowaną pracę (już bez nagrody finansowej), która była publikowana w „Sprawozdaniach c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich”.

⁸⁷ Ibidem, s. 94.

⁸⁸ *Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich, zestawil Henryk Kopia*, s. 121–122.

⁸⁹ Ibidem, s. 123.

⁹⁰ Ibidem, s. 121.

⁹¹ Henryka Kramarz w *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914* (s. 84) napisała, że w Prusach sprawozdania szkolne były publikowane od roku 1824. Należy podkreślić, że obowiązek ten wprowadzono już wcześniej — w drugiej dekadzie XIX w.

⁹² Przykładowo, w roku 1892 nagrody po 100 zł za rozprawy umieszczone w sprawozdaniach szkolnych otrzymało trzech galicyjskich nauczycieli: Władysław Zagórski z gimnazjum w Tarnowie, dr Tadeusz Mandyburg z gimnazjum w Jarosławiu oraz Kasper Brzostowicz — nauczyciel gimnazjum w Jasle. W tym roku przyznano też wyrazy uznania dla pięciu innych prac.

W konsekwencji wszystkich tych rozporządzeń w latach 1867–1914 w sprawozdaniach szkół średnich Galicji ukazało się około 2000 rozpraw naukowych. Aby ułatwić katalogowanie, co roku wydawano wykaz sprawozdań z tytułami prac naukowych, co więcej każda szkoła była zobowiązana do wysłania 5 egzemplarzy sprawozdania do Ministerstwa (zarządzenie z 1875 r.), a zgodnie z zarządzeniem z 11 grudnia 1885 r. dodatkowo po jednym do bibliotek uniwersyteckich do Wiednia, Grazu, Innsbrucku, Pragi, Krakowa, Lwowa i Czerniowiec; jeżeli sprawozdanie zawierało rozprawę o treści historycznej to również jeden egzemplarz należało wysłać do „Mittheilungen des Institutes für österreichische Geschichtsforschung” (zarządzenie z 6 października 1882 r.).

Wymóg umieszczania w sprawozdaniach szkolnych prac naukowych przygotowanych przez nauczycieli danej szkoły spowodował, że byli oni ministerialnie zobligowani do prowadzenia działalności naukowej. Nie wszyscy nauczyciele jednak realizowali ten obowiązek z jednakowym zaangażowaniem. Część nauczycieli oprócz artykułów, które publikowali w sprawozdaniach czy czasopismach naukowych, przygotowywała również podręczniki szkolne oraz broszury pomocnicze do nauki szkolnej⁹³. Najbardziej aktywne były zazwyczaj osoby posiadające stopień doktora. Według statystyk opracowanych przez Henrykę Kramarz około 8% ogółu nauczycieli gimnazjalnych Galicji z okresu autonomicznego posiadało doktorat i zazwyczaj uzyskiwali go w trakcie pracy w szkole (3,8% nauczycieli uzyskało dyplom doktora na Uniwersytecie Jagiellońskim⁹⁴; spośród ogółu doktorów, którym przyznano stopień na Uniwersytecie Jagiellońskim w latach 1867–1914, 30% było nauczycielami gimnazjalnymi lub zostało nimi później⁹⁵). Nauczycielami bywali, choć rzadko, również docenci, ale przede wszystkim było to spowodowane brakiem posady na uczelni wyższej. Czasem w szkołach średnich uczyli też asystenci uniwersyteccy albo wykładowcy. Za przykład niech posłuży Edward Cyprian Drozdowski (1884–1954), który w latach 1909–1911 był asystentem w Zakładzie Chemicznym UJ, w 1911 r. uzyskał tam doktorat, a w latach 1912–1920, będąc wykładowcą na UJ, prowadził równolegle zajęcia w Gimnazjum Realnym Urszulanek w Krakowie⁹⁶. W roku szkolnym 1913/14 przystąpił do egzaminu nauczycielskiego.

⁹³ H. Kramarz, *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914*, s. 82. Podręczniki przygotowywali np. Kasper Brzostowicz oraz Placyd Dziwiński.

⁹⁴ H. Kramarz, *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914*, s. 82.

⁹⁵ Wśród nich tacy matematycy jak np. Zdzisław Krygowski, Leon Chwistek, Franciszek Leja.

⁹⁶ Edward Cyprian Drozdowski w latach 1919–1922 był zastępcą profesora i kierownikiem Katedry Chemii Ogólnej i Technicznej Analizy Gazów Wydziału Górniczego. W latach 1921–1922 był zastępcą profesora w Katedrze Chemii Fizycznej i Elektrochemii. Był założycielem i kierownikiem Katedry Chemii Nieorganicznej. W latach 1925–1932 wykładał analizę górniczo-hutniczą na Wydziale Hutniczym.

Byli też nauczyciele, którzy w okresie całej swojej aktywności zawodowej nie wydali żadnej publikacji, ale dotyczyło to zazwyczaj tych, którzy pracowali w niższych klasach gimnazjalnych⁹⁷. Co ciekawe, w literaturze tematu zdarzało się, że mianem nauczycieli „martwych” — czyli takich, którzy „po zdaniu egzaminu nauczycielskiego spoczęli na naukowych laurach” — określano również osoby mające publikacje naukowe. Przykładem jest tu prof. Józef Czaczkowski, matematyk z Gimnazjum w Brzeżanach, którego Henryka Kramarz nazwała nauczycielem „martwym”, choć w „Sprawozdaniach Dyrekcyi c.k. Wyższego Gimnazjum w Brzeżanach” z lat 1879 i 1880 opublikował dwuczęściowy artykuł *O nauce matematyki w wyższem gimnazjum*⁹⁸, w którym omówił rekomendowane przez niego sposoby realizacji zaleceń związanych z nauczaniem geometrii (planimetrii, stereometrii i geometrii analitycznej) i arytmetyki umieszczonych w *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* z 1849 r. Jak zaznaczył Czaczkowski, proponowane przez niego rozwiązania miały na celu jak najszersze zaangażowanie uczniów w pracę na lekcjach matematyki i wszystkie one były wcześniej wykorzystywane przez niego w praktyce nauczycielskiej. Podał zalecaną przez niego kolejność omawiania poszczególnych zagadnień, wskazał twierdzenia umieszczane w podręcznikach, które jego zdaniem bez szkody dla uczniów można było pominąć na lekcjach, nakreślił schematy omawiania pewnych zagadnień (w tym dowodów wybranych twierdzeń), przykładowe pytania naprowadzające, wskazał momenty, które zazwyczaj sprawiają uczniom największe trudności i podał receptę dla nauczycieli, aby móc te trudności przezwyciężyć. Wśród 2000 prac naukowych opublikowanych w sprawozdaniach szkół średnich Galicji w okresie autonomii w nauczaniu ponad 100 było poświęconych matematyce. Zgodnie z obliczeniami Stanisława Domoradzkiego prac matematycznych było 102⁹⁹, ale nie uwzględnił on wszystkich prac — na jego liście nie ma np.: *Ueber den Taylor'schen Lehrsatz im allgemeinen, nebst Angabe der wichtigsten Restformen (Abhandlung mit Zugrundlegung der symbolik des Prof. Dr. Lorenz Žmurko)* przygotowanej przez Ignacego Tychowicza (1849–1889)¹⁰⁰. W pracy tej Tychowicz wyprowadził i omówił twierdzenie Taylora w zakresie wykładanym ówczesnie na pierwszym roku studiów matematycznych. U Domoradzkiego nie ma też wymienionej pracy *Anwendung der Fuchsschen Theorie auf die Differentialgleichung der Gausschen hypergeometrischen Reihe* Tadeusza Cwojdzńskiego¹⁰¹ oraz prac Mieczysława

⁹⁷ Jedną z takich osób był Józef Flis.

⁹⁸ J. Czaczkowski, *O nauce matematyki w wyższem gimnazjum*, cz. 1, [w:] „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Wyższego Gimnazjum w Brzeżanach”, Sambor 1879, s. 3–46; cz. 2, [w:] „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Wyższego Gimnazjum w Brzeżanach”, Sambor 1880, s. 5–42.

⁹⁹ Zostały one wymienione w: S. Domoradzki, *Prace matematyczne*, s. 243–261.

¹⁰⁰ „Jahres-Bericht des k.k. zweiten Ober-Gymnasiums in Lemberg”, Lemberg 1879, s. 3–22.

¹⁰¹ „Sechzehnter Jahresbericht des Obergymnasiums in Brody für das Schuljahr 1894”, Brody 1894.

Łazarskiego pt.: *Osie główne i ogniska perspektywy koła, O figurze przenikania brył graniastych, Studya nad różnemi zagadnieniami z geometryi wykreślnej i z geometryi nowszej, O sposobie obliczania wartości stosunków nieharmonicznych*, opublikowanych w sprawozdaniach Wyższej Szkoły Realnej w Stanisławowie z lat 1879, 1880 i 1883. Wśród wszystkich prac matematycznych dwie zostały opublikowane w języku ukraińskim, kilka w języku niemieckim¹⁰², a wszystkie pozostałe w języku polskim. Prace te były przygotowywane specjalnie do sprawozdań szkolnych. Analiza porównawcza pozwala stwierdzić, że w sprawozdaniach szkolnych nie drukowano pisemnych prac domowych przygotowywanych w ramach egzaminów nauczycielskich składanych przed komisjami egzaminacyjnymi w Krakowie.

Zdecydowaną większość prac naukowych w zakresie matematyki drukowanych w sprawozdaniach szkół średnich Galicji w okresie autonomii stanowiły te dotyczące matematyki szkolnej. Prezentowano w nich zakres materiału rekomendowany do omawiania na lekcjach wraz ze wskazówkami metodycznymi, zdarzało się, że krytykowano materiał zawarty w podręcznikach, prezentowano też zmiany programowe, które nauczyciele samodzielnie wprowadzili w wybranych szkołach. Sporo artykułów poświęcono zagadnieniom z historii matematyki, w których referowano wyniki zarówno sprzed kilku lat, jak i kilkunastu wieków — często używano w nich języka dostosowanego do wiedzy i umiejętności uczniów szkół średnich. Najmniejszy odsetek stanowiły prace, w których nauczyciele umieszczali swoje oryginalne wyniki — takich prac było zaledwie kilka.

3. Egzaminy nauczycielskie przeprowadzone przez komisje egzaminacyjne w Krakowie w latach 1868–1914

3.1. Egzaminy dla kandydatów na nauczycieli matematyki w gimnazjach w latach 1868–1884

Analiza samych zarządzeń ministerialnych nie daje pełnego wyobrażenia o sposobie przeprowadzania egzaminów nauczycielskich w Galicji. Aby sprawdzić, jak wyglądała realizacja zarządzeń, dokonamy analizy zachowanych materiałów komisji egzaminacyjnych działających w Krakowie w latach 1868–1914, czyli w czasie, gdy Galicja posiadała autonomię w nauczaniu¹⁰³. Wszystkie te materiały przechowywane są w Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. W niniejszej pracy treści zadań będą podawane w formie, w jakiej zostały umieszczone w materiałach archiwalnych. Pierwszym kandydatem na na-

¹⁰² Np. Z. Fialka, *Über einige mit der Schraubenlinie in Zusammenhang stehende krumme Linien*, „Zehnter Jahresbericht des k.k. Real- und Ober-Gymnasiums in Brody für das Schuljahr 1888”, Brody 1888.

¹⁰³ Pewne informacje o egzaminach nauczycielskich przeprowadzanych przez komisję egzaminacyjną we Lwowie można znaleźć w: S. Domoradzki, *The Growth of Mathematical Culture in the Lvov Area in the Autonomy Period*, Prague 2011, s. 50–56.

uczyciela przedmiotów matematyczno-przyrodniczych, którego akta zachowały się w Archiwum UJ, był Józef Flis¹⁰⁴. W kwietniu 1868 r. złożył on wniosek do krakowskiej gimnazjalnej komisji egzaminacyjnej o dopuszczenie do egzaminu na nauczyciela matematyki i fizyki w gimnazjum niższym (*Untergymnasium*) i wyższym (*Obergymnasium*). Niedługo później otrzymał tematy pisemnych prac domowych:

1. Praca pedagogiczna: Jakie jest stanowisko gimnazjum względem innych szkół, mianowicie względem szkół realnych, technicznych i politechnicznych. Jakiż jest cel uczenia nauk przyrodniczych w gimnazjum. Czem się różni uczenie matematyki i fizyki w gimnazjach od uczenia tych dwóch umiejętności w szkołach realnych, technicznych i politechnicznych¹⁰⁵.
2. Praca fizyczna: Opisanie, matematyczne uzasadnienie i krytyczne ocenienie sposobów dotąd używanych do oznaczenia ilości stałych stosów i ogniów woltaicznych, tj. do oznaczenia siły elektrobodźczej i wielkości własnego oporu stosów i ogniów tak statecznych czyli stałych (Daniela, Growego, Bunsena itp.), jako też zmiennych (kolumna pierwotna Wolty, stos Wollastona itp.)¹⁰⁶.
3. Praca matematyczna: Do wszystkich punktów danej hyperboli poprowadzone są z punktu *P* poza jej płaszczyzną leżące[go] linie rodzące [tworzące], 1) wyprowadzić zrównanie stożka tym sposobem powstałego, 2) wyznaczyć miejsce geometryczne punktu *P*, jeżeli stożek rzeczony ma być obrotowym, 3) wyznaczyć miejsce geometryczne środków kul, które stykają się z temiż stożkami obrotowymi w całej linii koła [okręgu], i z płaszczyzną danej hyperboli w jednym punkcie¹⁰⁷.

Zauważmy, że Flis otrzymał trzy zadania domowe, podczas gdy wymogi ministerialne z 1856 r., według których przeprowadzano jego egzamin, stanowiły, że zadania powinny być dwa. Pod względem liczby zadań domowych często nie stosowano się do zarządzeń — niektórzy kandydaci otrzymywali jedno zadanie domowe, a inni kilka. Obowiązkiem każdego kandydata było wskazanie literatury, na której się opierał, przygotowując każdą pracę. Pożądanym było też umieszczenie w pracy swojego indywidualnego/innowacyjnego wkładu w dany temat.

¹⁰⁴ Józef Flis urodził się 7.02.1836 r., uczęszczał do gimnazjów w Tarnowie i Krakowie (1853–1859), w latach 1862–1865 uczęszczał na wykłady na uniwersytecie w Krakowie. Przystępując do egzaminu, pracował w gimnazjum w Bochni, później został przeniesiony do gimnazjum w Nowym Sączu.

¹⁰⁵ Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie [AUJ], sygn. PKEN 30.

¹⁰⁶ AUJ, PKEN 27; Flis opracował ten temat w oparciu o dwie pozycje: A. Wüllner, *Lehrbuch der Experimentalphysik*, t. 1–2, Leipzig 1862–1865; G.H. Wiedemann, *Die Lehre von Galvanismus*, t. 1–2, Braunschweig 1861–1863.

¹⁰⁷ AUJ, PKEN 30, s. 27; PKEN 27.

Ad. 1. Pracę pedagogiczną autor oparł na dziełach takich autorów, jak: Bronisław F. Trentowski, Johann F. Herbart, Tuiskon Ziller i Edward Hückel¹⁰⁸. Jej dużą zaletą było, jak zauważył egzaminator sprawdzający tę rozprawę, że kandydat odnosił się w niej do swojego trzyletniego doświadczenia nauczycielskiego, zazwyczaj, „czyniąc uwagi i spostrzeżenia w tej mierze trafne i zdrowe”¹⁰⁹. Temat pedagogiczny, który otrzymał Flis, w późniejszych latach jeszcze wielokrotnie pojawił się na egzaminach przeprowadzanych w Krakowie, ale jego praca wyróżniała się spośród wszystkich pozostałych tym, że:

1. była pierwszą, w której wskazana została myśl przewodnia polskich reform nauczania matematyki przygotowywanych w II połowie XIX w. i na początku XX w. (zaangażowany w te reformy był m.in. Kamil Kraft — nauczyciel Stefana Banacha w IV Gimnazjum w Krakowie), aby po odzyskaniu przez Polskę niepodległości móc je natychmiast wprowadzić do polskich szkół; istotą polskich projektów reform nauczania matematyki było m.in.: zmniejszenie zakresu materiału analizowanego w szkołach na rzecz ukazywania zastosowań omawianych zagadnień w życiu codziennym (zwracając przy tym szczególną uwagę na ówczesne potrzeby Polaków), szerokie wykorzystanie metod aktywizujących uczniów w miejsce dawnej pamięciowej metody nauczania, zwrócenie uwagi na walory edukacyjne nauk ścisłych w tym m.in. rozwijanie logicznego myślenia: „Dwie te umiejętności [matematyka i fizyka] razem wykładane rozwijają władze myślenia, i uczą, jak myśleć należy, aby się nie pomylić, gdyż one tylko będąc objawem myśli bożej są nieomyłne”¹¹⁰;
2. proponowała zmianę rozkładu materiału matematycznego w szkołach średnich w celu lepszego przygotowania młodzieży do funkcjonowania w życiu dorosłym. Flis umieścił dość dokładne rozważania na temat materiału w czterech najniższych klasach gimnazjów i szkół realnych, zwracając uwagę na zastosowania takie jak np. rachunki kupieckie; uważał, że w klasie drugiej (gdy klasa pierwsza jest klasą najniższą) uczniowie zamiast proporcji powinni uczyć się „potęgowania i pierwiastkowania, również potrzebnego do obrachowania powierzchni kwadratu lub długości boku, jeżeli powierzchnia kwadratu jest wiadoma”¹¹¹; proporcje powinny być przeniesione do klasy czwartej¹¹²,

¹⁰⁸ AUJ, PKEN 27.

¹⁰⁹ AUJ, PKEN 30, s. 26.

¹¹⁰ AUJ, PKEN 27, s. 16.

¹¹¹ AUJ, PKEN 27, s. 7.

¹¹² Należy tu podkreślić, że autor nie opowiadał się tutaj za usunięciem proporcji z programów nauczania. Stosunki i proporcje były tematem rozważań w kręgu osób zajmujących się dydaktyką matematyki w XIX w. Z jednej strony pojawiały się głosy, że to zagadnienie jest niepotrzebne w programach nauczania, z drugiej — że jest ono niezbędne np. do omawiania ciągów i logarytmów (zob. np. praca domowa z dydaktyki przygotowana w ramach egzaminu nauczycielskiego przez Jana Dziurzyńskiego, w której dokonał on analizy dzieła J. Czech, *Krótki wykład arytmetyki*, Wilno 1809).

a wszystkie zadania, które w klasie drugiej i trzeciej rozwiązywało się do tej pory za pomocą proporcji, można rozwiązać za pomocą mnożenia i dzielenia; w klasie trzeciej zalecał wprowadzenie podstaw trygonometrii (ze względu na zastosowania w życiu codziennym), która jego zdaniem jest bardziej przystępna dla uczniów niż stereometria, ponieważ „dowody można uzmysłowić rysunkiem na tablicy, co przy stereometrii jest rzeczą niemożliwą”¹¹³; w klasach wyższych gimnazjów i szkół realnych zalecał szczegółowe omawianie dowodów twierdzeń — dowodów nie można przeprowadzać mechanicznie, dlatego że mają szczególny wpływ na kształcenie logicznego myślenia¹¹⁴.

Ad. 3. Rozwiązanie tematu matematycznego zajęło Flisowi zaledwie 7 stron — była to jedna z najkrótszych prac domowych z matematyki dostarczonych komisjom egzaminacyjnym w Krakowie w latach 1868–1914. W poleceniu z punktu „1) wyprowadź równanie powstałego w ten sposób stożka” chodziło o wyznaczenie równania powierzchni stożkowej określonej przez zamocowaną sztywno w punkcie P półprostą (czyli tworzącą stożka) poruszającą się wzdłuż danej hiperboli. Autor odpowiedział na to polecenie następująco:

Zrównanie hiperboli zrysowanej na płaszczyźnie xy a mającej środek w początku układu współrzędnych niech będzie:

$$1) \quad \begin{cases} \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Zrównanie rodzącej [tworzącej] przechodzącej przez punkt $P(\alpha, \beta, \gamma)$, niech będzie:

$$2) \quad \begin{cases} x - \alpha = m(z - \gamma) \\ y - \beta = n(z - \gamma) \end{cases}$$

Łącząc 1) i 2) ze sobą otrzyma się związek między ilościami α, β, γ , tudzież x, y, z .

Związek ten będzie:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{(\beta z - \gamma y)^2}{b^2} - \frac{(\alpha z - \gamma x)^2}{a^2} + (z - \gamma)^2 = 0 \quad \text{albo} \\ & a^2 y^2 - b^2 x^2 + \frac{a^2 \beta^2 - b^2 \alpha^2 + a^2 b^2}{\gamma^2} z^2 - \frac{2a^2 \beta}{\gamma} yz + \frac{2b^2 \alpha}{\gamma} xz - \frac{2a^2 b^2}{\gamma} z + a^2 b^2 = 0 \end{aligned} \right\} 3)$$

Zależności 3) są analitycznym wyrażeniem stożka żądanego.¹¹⁵

¹¹³ AUJ, PKEN 27, s. 8.

¹¹⁴ AUJ, PKEN 27, s. 21.

¹¹⁵ AUJ, PKEN 27.

Uwagi matematyka sprawdzającego pracę matematyczną Flisa, czyli Franciszka Mertensa¹¹⁶, były następujące:

Pierwszą część zadania kandydat dobrze rozwiązał. Praca nad drugą częścią jest zupełnie chybiona. Przerobieniu współrzędnych brakuje dostatecznej ogólności; wniosek, że wierzchołek stożka wedle warunków zadania leżeć musi na jednej z płaszczyzn xz , yz nie polega na żadnej podstawie, także są wnioski, które kandydat wyciąga przy uwzględnieniu iloczynów xy , xz , yz bynajmniej nie ściśle. Dziwić się więc należy, że pomimo to wypadek [wynik] jest dobry. Trzecią część zadania kandydat podwójnym rozwiązał sposobem; pierwszy z nich wcale mu się nie udał; drugi zaś bardzo dobrze się uścił¹¹⁷.

Praca domowa Flisa została w rezultacie oceniona na tyle dobrze, że został dopuszczony do egzaminu klauzurowego, w trakcie którego otrzymał trzy zadania z fizyki oraz trzy następujące zadania z matematyki:

1. Wyznaczyć całkę $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(16x^2+25)\sqrt{1+x^2}}$.
2. Jaką linię drugiego rzędu wyraża równanie:
 $17x^2 - 60xy + 49y^2 + 22x - 36y + 7 = 0$, w którym x, y są współrzędnymi w układzie prostokątnym? Wyznaczyć współrzędne środka tej linii, jej osie główne i kąty, które te osie tworzą z osiami współrzędnych.
3. Ile pierwiastków rzeczywistych ma równanie $x^3 - 2x - 5 = 0$? Obliczyć jeden z nich na kilka miejsc dziesiętnych przez metodę aproksymacyjną Newtona [z dokładnością do kilku miejsc dziesiętnych korzystając z metody aproksymacyjnej Newtona].¹¹⁸

Pomimo że dwa pierwsze z tych zadań zostały rozwiązane przez kandydata „zadowolająco” (taki był komentarz na świadectwie nauczycielskim), a ostatnie zadanie — poprawnie, komisja egzaminacyjna uznała, że wiedza kandydata w zakresie matematyki jest niewystarczająca do uzyskania kwalifikacji do nauczania tego przedmiotu w całym gimnazjum. Uznano, że Flis może uzyskać uprawnie-

¹¹⁶ Franciszek Mertens (1840–1927) rozpoczął pracę w komisji egzaminacyjnej w Krakowie w chwili jej założenia w 1868 r. i sprawował tę funkcję przez ponad dwie dekady. Doktoryzował się w 1864 r. na uniwersytecie w Berlinie, w latach 1865–1884 był profesorem Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, później pracował na politechnice w Grazu. Od 1894 do 1911 r. był profesorem uniwersytetu w Wiedniu. Jego zainteresowania naukowe dotyczyły przede wszystkim teorii liczb. Ogłosił łącznie 46 prac z tego zakresu. Najbardziej cenione są jego prace z teorii liczb pierwszych. Zob. A. Schinzel, *Teoria liczb w pracach Franciszka Mertensa*, „Antiquitates Mathematicae” 2011, t. 5(1), s. 215–226; R. Duda, *Matematycy polscy na tle dziejów Polski w wiekach XIX i XX*, „Antiquitates Mathematicae” 2016, t. 10(1), s. 89–119.

¹¹⁷ AUJ, PKEN 30, s. 27–28.

¹¹⁸ AUJ, PKEN 30, s. 29.

nia jedynie do nauczania matematyki w gimnazjum niższym i z taką myślą został dopuszczony do egzaminu ustnego. Egzamin ustny obejmował zadania z języka polskiego, języka niemieckiego, fizyki i matematyki — tym samym nie zostały tutaj spełnione wymogi ministerialne z 1856 r. nakazujące, aby obejmował on wszystkie przedmioty wymienione we wszystkich gimnazjalnych obszarach nauczania, nawet jeżeli kandydat nie zamierzał uzyskać prawa do ich nauczania. Pytań z matematyki było 12. Na świadectwie egzaminacyjnym zapisane zostały w następującej postaci (pisownia oryginalna) (w nawiasie ocena końcowa z odpowiedzi: „+” oznacza, że odpowiedź była poprawna, „+/-” oznacza, że odpowiedź była niepełna, „-” oznacza, że odpowiedź była błędna).

1. Wyliczyć i ukłasyfikować powierzchnie drugiego rzędu? (+/-).
2. Definicja stożka stycznego (+).
3. Definicja średnic sprzężonych w powierzchniach drugiego rzędu (-).
4. Reguły dla zbieżności szeregów nieskończonych (+).
5. Wyliczyć szeregi najważniejsze analizy¹¹⁹ (+/-).
6. Podać iloczyny nieskończone dla funkcji trygonometrycznych (-).
7. Jak się oblicza powierzchnię krzywą za pomocą rachunku integralnego (-).
8. Jakie metody służą do poznania, ile zrównanie liczebne dane ma pierwiastków rzeczywistych (+/-).
9. Wyłożyć twierdzenie Sturma¹²⁰ (-).
10. Rozwiązać na tablicy ogólne zrównanie 4-go rzędu (-).
11. Za pomocą jakich wzorów obliczyć można kąty trójkąta kulistego, w którym trzy boki są dane? (+)
12. Związek pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi i wykładniczymi (-).¹²¹

Na podstawie odpowiedzi kandydata komisja utwierdziła się w przekonaniu, że nie nadaje się on na nauczyciela w gimnazjum wyższym. Tym samym podtrzymała decyzję o nadaniu kwalifikacji jedynie w zakresie gimnazjum niższego i skierowano go do uzupełnienia egzaminu¹²². Na egzamin uzupełniający zgłosił się w lutym 1875 r. W ramach prac domowych otrzymał wtedy dwa polecenia:

¹¹⁹ Na świadectwie egzaminacyjnym umieszczono komentarz, że „Kandydat wyliczył szeregi dla e^x , $l(1+x)l(1+x)$ [symbol l oznacza tu logarytm naturalny]; $\sin x$ zaś źle podał”. Zob. PKEN 27, s. 31.

¹²⁰ Twierdzenie Sturma umożliwiało wyznaczanie z dowolną dokładnością wszystkich pierwiastków równania dowolnego stopnia o współczynnikach zespolonych. Twierdzenie to zostało omówione w artykule nauczyciela Michała Maryniaka pt. *O równaniach algebraicznych. Według broszury „Studien im Gebiete der numerischen Gleichungen von L. Żmurko”* umieszczonym w Sprawozdaniu Dyrekcji c.k. Wyższej Szkoły Realnej we Lwowie za rok szkolny 1875.

¹²¹ AUJ, PKEN 30, s. 30-31.

¹²² Z lekcji próbnej został zwolniony na podstawie rekomendacji dyrekcji Gimnazjum w Bochni z dnia 26.04.1868 r.

1. Z matematyki: Jeżeli dane są trzy koła [okręgi] przecinające się w jednym punkcie, to w ogóle wykreślić można cztery koła [okręgi] styczne do każdego z danych kół [okręgów]. Dowieść, że istnieje koło [okrąg] styczne do tych czterech kół [okręgów].
2. Z fizyki: Opisać i wytłumaczyć główne zjawiska uginania się światła.¹²³

Ta praca matematyczna Flisa¹²⁴ była już zdecydowanie dłuższa od poprzedniej, bo zajmowała 58 stron i 6 kart z rysunkami. Rozwiązanie autor przeprowadził na dwa sposoby: analityczny oraz syntetyczny, a jako literaturę, na której opierał rozważania, wskazał: *Analytische Geometrie der Kegelschnitte* Georga Salmona, *Wykład matematyki* Wawrzyńca Żmurki oraz *Das Problem des Apollonius* C. Hellwiga¹²⁵. Tym niemniej nie przeprowadził dowodu, o który go proszono, ponieważ, jak można wywnioskować, czytając jego pracę, nie znał np. twierdzenia Feuerbacha, które było tu niezbędne. Komisja zdecydowała jednak o dopuszczeniu go do dalszych etapów egzaminu. Na egzaminie klauzurowym otrzymał następujące zadania z matematyki:

1. W trójkącie prostokreślnym [płaskim] dana jest podstawa i powierzchnia znaleźć miejsce geometryczne punktu, w którym się przecinają prostopadłe spuszczone z wierzchołków do boków przeciwległych.
2. Wyprowadzić ogólne wzory na sumy potęg drugich, trzecich, czwartych pierwszych n liczb całkowitych [naturalnych] (tj. od 1 do n).

3. Obliczyć całkę $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{3x^2+6x+7}}$.¹²⁶

Po raz kolejny miał jednak trudność z ich rozwiązaniem (rozwiązanie zadania pierwszego było niepoprawne). Braki z egzaminu pisemnego musiał uzupełnić na egzaminie ustnym, co poszło mu dość dobrze, ponieważ nie rozwiązał tylko pierwszego z otrzymanych zadań i w konsekwencji przyznano mu prawo do nuczania matematyki również w najwyższych klasach gimnazjalnych:

1. Wyznaczyć całkę $\int \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi + 2 \sin \varphi \cos \varphi + 2 \sin^2 \varphi}$.
2. Pomiędzy trójkątami wpisanymi do danego koła i mającymi jeden bok [w]spólny znaleźć największy [ten o największym polu powierzchni].
3. [Omówić] Własności czworoboku zupełnego.
4. [Omówić] Twierdzenia Paskala i Brianchona.

¹²³ AUJ, PKEN 31, s. 277-278.

¹²⁴ AUJ, PKEN 27.

¹²⁵ Ibidem.

¹²⁶ AUJ, PKEN 31, s. 278.

5. Wyznaczyć kąt pomiędzy dwiema płaszczyznami danymi przez równania [płaszczyznami, których równania są dane].
6. Znaleźć równanie kuli.
7. [Omówić zagadnienie:] Powierzchnia [pole powierzchni] trójkąta sferycznego.
8. [Omówić] Ogólne twierdzenie binomialne [twierdzenie o dwumianie Newtona].
9. [Omówić] Twierdzenie Sturma.¹²⁷

Egzamin nauczycielski z matematyki dla kandydatów, którzy zadeklarowali chęć uzyskania kwalifikacji jedynie w zakresie gimnazjum niższego, był zdecydowanie prostszy. Jako przykład podamy zadania egzaminacyjne z tego przedmiotu, które Michał Szklarz¹²⁸ otrzymał w 1871 r., kiedy to po raz drugi przystąpił do egzaminu na nauczyciela matematyki i fizyki w gimnazjum niższym z polskim językiem wykładowym (pierwszego egzaminu nie zdał). Egzamin odbył się według zasad z 1856 r.

1. Pisemna praca domowa (obejmująca zadanie pedagogiczne, zadanie matematyczne i zadanie fizyczne)
 - Praca pedagogiczna: Jaki jest cel uczenia matematyki w gimnazjum? Jakiej trzeba użyć metody, aby ten cel był osiągnięty [osiągnięty]? Czem więc ta metoda stosowana dla gimnazjum różni się od sposobu udzielania matematyki w szkole realnej lub technicznej?
 - Praca matematyczna: Z punktu P do czterech boków czworoboku danego spuszczone są cztery prostopadłe, które też boki względnie przecinają w punktach A, B, C, D . Jakie jest miejsce geometryczne punktu P , jeżeli czworobok $ABCD$, powstały przez połączenie liniami prostymi punktu A z punktem B , B z C , C z D i D z A , ma mieć powierzchnię stałą?¹²⁹

¹²⁷ Ibidem, s. 280-281.

¹²⁸ Michał Szklarz ur. 27.09.1843 r. w Myślenicach w Galicji, uczył się w Gimnazjum św. Anny w Krakowie, a następnie w latach 1866–1869 studiował na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego.

¹²⁹ Schemat rozwiązywania tego zadania był następujący:

1. Mając ustalone współrzędne wierzchołków wyjściowego czworokąta, Szklarz wyznaczył równania prostych, na których znajdowały się jego boki.
2. Następnie wyznaczył równania linii prostopadłych do boków wyjściowego czworokąta i poprowadzonych z punktu P (o ustalonych współrzędnych α i β) oraz ich punkty przecięcia z bokami.
3. Mając powyższe wielkości, wyznaczył pole K czworokąta $ABCD$ zależne od zmiennych α i β .
4. Podstawił wartość K do ogólnego równania krzywej drugiego stopnia, w rezultacie otrzymał równanie okręgu będące szukanym miejscem geometrycznym. Zob. AUJ, PKEN 27.

2. Egzamin klauzurowy (prace pisemne z fizyki i z matematyki)
 - Z matematyki:
 - 1) Obliczyć pierwiastki równania: $x^3 - 5x + 2 = 0$ na trzy miejsca dziesiętne [z dokładnością do trzech miejsc dziesiętnych].
 - 2) [W]spółrzędne trzech wierzchołków trójkąta danego równają się względnie [odpowiednio] $(1,1)$, $(1, -2)$, $(-2,0)$; wyznaczyć [w]spółrzędne punktu, w którym się przecinają prostopadłe spuszczone z każdego wierzchołka na bok przeciwległy.
 - 3) W trójkącie płaskim dane są dwa boki b , c i kąt [między nimi] zawarty A : $b = 273,35$, $c = 54,23$, $A = 17^\circ 15' 29'' 3$; obliczyć trzeci bok, pozostałe dwa kąty i powierzchnię trójkąta.
3. Egzamin ustny (odpowiedzi ustne z matematyki, fizyki, języka polskiego oraz języka niemieckiego)
 - Z matematyki
 - 1) Rozwiązać trójkąt płaski z dwóch boków danych i kąta zawartego [Rozwiązać trójkąt znając dwa jego boki i kąt między nimi zawarty]. [Zadanie powtórzone z egzaminu pisemnego]
 - 2) Wymienić ciała [bryły] foremne i wyznaczyć kąt rozwartości dwóch ścian czworościanu formalnego.
 - 3) Definicja i główne własności elipsy, hiperboli i paraboli.
 - 4) Rozwiązać równanie ogólne trzeciego rzędu.
 - 5) [Omówić] Twierdzenie dwumianowe [twierdzenie o dwumianie Newtona].
4. Lekcja próbna z fizyki¹³⁰.

Kandydaci przystępujący do egzaminów z matematyki w zakresie gimnazjum niższego byli traktowani przez komisje egzaminacyjne dużo łagodniej niż ci próbujący uzyskać kwalifikacje dla gimnazjum wyższego. Świadczy o tym ocena egzaminu z matematyki Szklarza, która została umieszczona na jego świadectwie nauczycielskim. Pisemna praca domowa z matematyki Szklarza została oceniona przez ekspertów bardzo krytycznie — uznano, że praca „zdradza u kandydata wielką nieznajomość teorii analitycznej przecięć ostrokągowych. [...] Miejscami znajdują się w wypracowaniu tem uwagi, które wcale do rzeczy [meritum] nie należą. — Wypracowanie to ledwie może być przyjęte a kandydat przypuszczonym do dalszych egzaminów”¹³¹. Praca klauzurowa również nie poszła mu najlepiej — trzecie zadanie rozwiązał w sposób niepełny, dlatego odpowiedź musiał uzupełnić na egzaminie ustnym, natomiast drugie zadanie rozwiązał niepoprawnie. W ocenie egzaminu ustnego zwrócono uwagę na brak podstawowej

¹³⁰ AUJ, PKEN 30, s. 429–433.

¹³¹ Ibidem, s. 430.

wiedzy matematycznej: „kandydat nie znał wszystkich ciał foremnych, [...] mówił o dwudziestoczterościanie foremnym, [...] tylko przy pomocy egzaminatora potrafił wyznaczyć $\sin 45^\circ$ i [...] nie znał trójkrotności [trójwartościowości] pierwiastka trzeciego [stopnia]. W ciągu egzaminu kandydat okazał umysł nierozwinięty i wielki brak logiczności i dokładności w wyrażaniu się. Egzamin ten ustny zaledwie wystarcza dla gimnazjum niższego; pod żadnym zaś warunkiem kandydatowi nie może być (w zastępstwie) poruczony wykład matematyki w klasach wyższych”¹³². Pomimo tych uwag krytycznych 14 czerwca 1871 r. Szklarz otrzymał uprawnienia do nauczania matematyki i fizyki w niższych klasach gimnazjalnych z polskim językiem wykładowym. Pokazuje to, że komisja egzaminacyjna w Krakowie do nauczania w szkołach średnich Galicji dopuszczała również osoby o miernych umiejętnościach matematycznych.

Zadania z matematyki, które otrzymali Józef Flis i Michał Szklarz na egzaminach nauczycielskich, ukazują różnice w poziomie trudności zadań w przypadku, gdy matematyka była przedmiotem głównym oraz przedmiotem pobocznym. Zachowane świadectwa nauczycielskie dostępne w Archiwum UJ (sygn. PKEN 30) pozwalają stwierdzić, że każdego roku uprawnienia do nauczania matematyki (na poziomie gimnazjum niższego lub wyższego) uzyskiwało zaledwie kilka osób. Najgorsze statystyki były w roku 1870, ponieważ wtedy przyznano zaledwie 11 świadectw nauczycielskich, w tym tylko jedno w zakresie nauczania matematyki (ok. 9%): Jan Korczyński otrzymał świadectwo do nauczania matematyki i fizyki w całym gimnazjum. Najwięcej świadectw uprawniających do nauczania matematyki wydano w roku 1875 — było ich 9 na wszystkich 28 (ok. 32%).

Do 1884 r. kandydaci na nauczycieli matematyki, niezależnie od tego, czy zdawali egzamin uprawniający do nauczania w gimnazjum niższym, czy gimnazjum wyższym, otrzymywali następujące prace domowe z zakresu pedagogiki i dydaktyki (oprócz tych wymienionych na świadectwach nauczycielskich Flisa i Szklarza; w poleceniach widoczny jest zwrot ku narodowemu — polskiemu — nauczaniu matematyki)¹³³:

1. Krytyczna ocena polskich podręczników do matematyki wydanych w XIX w., w tym: ocenić *Krótki wykład arytmetyki* Józefa Czecha (Wilno 1809)¹³⁴; ocenić

¹³² Ibidem, s. 431.

¹³³ AUJ, PKEN 27–32.

¹³⁴ Pracę na ten temat przygotowywało kilku kandydatów. Jan Dziurzyński temat ten otrzymał w dniu 4.02.1875 r. Jego wybrane uwagi krytyczne były następujące: niewystarczająca liczba przykładów umieszczona w podręczniku, brak omówienia dzielenia ułamków dziesiętnych, brak omówienia rozkładu liczb na czynniki, co w konsekwencji spowodowało niemożność omówienia m.in. największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb. Czech pomija w podręczniku dzielenie ułamka przez liczbę całkowitą, mnożenie ułamków omawia w sposób niepełny, zbyt mało uwagi poświęca wyznaczaniu pierwiastków kwadratowych i sześciennych (ogranicza się do dokładnego omówienia podnoszenia do potęg i stwierdza, że ten, kto dobrze to

krytycznie dziełko elementarne pt. *Geometrya* cz. I i cz. II ułożona według Lacroix przez A. Dąbrowskiego (Warszawa 1826)¹³⁵; dokonać porównania

zrozumiał, poradzi sobie też z pierwiastkowaniem), błędnie wysławia definicje ciągów arytmetycznych i geometrycznych (AUJ, PKEN 27). Kandydat Jan Stramski swoją pracę złożył w 1873 r., jego uwagi krytyczne były podobne, a rozprawę zakończył stwierdzeniem: „Ze wszystkich uwag w tem dziele okazuje się jego wartość w celu dydaktycznym tak wysoką, że rzadko jej dorównać mogą inne dzieła, zwłaszcza pod względem układu treści i logicznego związku w całym przeprowadzeniu jej” (AUJ, PKEN 27).

¹³⁵ Pracę tę przygotował Seweryn Sokalski i zgłosił komisji egzaminacyjnej w 1873 r. W 1826 r. w Warszawie ukazało się drukiem trzecie wydanie *Geometrii ułożonej podług Lacroix, przez ś.p. X. A. Dąbrowskiego S.P., byłego Profesora Matematyki w Królewsko-Warszawskim Uniwersytecie*. Część pierwsza tego dzieła zawierała podstawy planimetrii do wielokątów wpisanych i opisanych na okręgu oraz wyznaczenia pola koła i długości jego obwodu, po czym następowało omówienie trygonometrii płaskiej. Część druga została poświęcona stereometrii, do brył obrotowych włącznie. Sokalski dość krytycznie ocenił dzieło Dąbrowskiego, na 57 stronach drobiazgowo opisał wszelkie braki i niedociągnięcia. Wskazał kilka miejsc, w których definicje były niepełne albo wręcz niepoprawne. Nie unikał przy tym dość stanowczych osądów, np. „Powiada on [Antoni Dąbrowski]: Miejsce nieograniczone, zawarte między dwiema liniami itd. nazywa się kątem. Pytam się jak może być miejsce nieograniczone ujęte w dwie linie, które mają stanowić jego granicę? Szanowny autor nie przebiegał widocznie w słowach, a stąd wyrodziły się takie dwa sprzeczne pojęcia, które ustawione obok siebie tworzą olbrzymią dysharmonię” (AUJ, PKEN 27). Skrytykował też definicje m.in. kątów prostych, ostrych, rozwartych, kątów przyległych oraz definicję trójkąta — Dąbrowski trójkąt zdefiniował jako „miejsce ograniczone trzema liniami prostymi”, Sokalski uznał, że w ten sposób podał uczniom informację nieprawdziwą, wszak istnieją też trójkąty sferyczne; należy tu jednak podkreślić, że Dąbrowski nie omawiał w swoim podręczniku trygonometrii sferycznej. Recenzent wielokrotnie zwracał uwagę na to, że materiał nie jest uporządkowany w sposób systematyczny, czyli tak, aby stanowił logiczną całość. Rozdział poświęcony omówieniu powierzchni pól wielokątów Dąbrowski rozpoczął od zdefiniowania podstawy oraz wysokości trójkąta i równoległoboku, po czym, nie mówiąc nic o polu ani jednego, ani drugiego, przeszedł do twierdzenia, że dwa dowolne równoległoboki mające równe podstawy i wysokości, mają też i równe pola powierzchni; dalej omówił twierdzenie, że „dowolny trójkąt jest połową równoległoboku mającego tę samą podstawę i wysokość”, z czego wnioskiem było, że trójkąty o jednakowych podstawach i wysokościach mają równe pola powierzchni; rozwiązał zadanie, w którym dany wielokąt przekształcił równoważnie w inny o mniejszej liczbie boków; później zajął się wyznaczeniem stosunku pól dwóch prostokątów; zdefiniował pole czworokąta, w którym tylko dwa boki są równoległe; dalej wrócił do równoważnego przekształcania figur, po czym kazał wykreślić sumę powierzchni dwóch równoległoboków itd. Recenzent ocenił ten rozdział następująco: „widać dosadnie, że autorowi nie chodziło bynajmniej o przeprowadzenie systematyczne tej rzeczy, ale że chwycił tylko pojedyncze twierdzenia bezmyślnie i grupował takowe w całość, zakrawając na gmatwaninę, co stwierdza na wracanie się ustawiczne do przemiany figur prostokreślnych, które powtarza się 3 razy, a nie wyczerpuje całkowicie jeszcze materii” (AUJ, PKEN 27). Najbardziej krytycznie Sokalski ocenił planimetrię. Dużo pochlebniej wyrażał się o trygonometrii płaskiej i stereometrii Dąbrowskiego. W recenzji przygotowanej przez Sokalskiego widać jest nadmierną uszczypliwość, część jego uwag była bezzasadna, np. krytyka definicji kąta, którą wprowadził Dąbrowski w rozdziale szóstym — naturalnym było, że po omówieniu twierdzenia, że trójkąty o jednakowych podstawach i wysokościach mają równe pola powierzchni, Dąbrowski przeszedł do rozwiązania zadania, w którym dany wielokąt przekształcił równoważnie w inny o mniejszej liczbie boków, bo

Stereometrii cz. I. ułożonej przez Lacroix przez A. Dąbrowskiego (Warszawa 1826) z *Geometrią* G.H. Niewęgłowskiego; *Zasady arytmetyki* przez Radomińskiego byłego profesora matematyki w szkole departamentowej [w Warszawie]. (Warszawa 1821). Ocenic i rozebrać to dzieło pod względem dydaktycznym¹³⁶. Krytycznie ocenić dzieło *Początki Geometrii w ośmiu księgach* przez Karczewskiego (Kielce 1823)¹³⁷; Ocenic krytycznie dzieło pt. *Euklidesa*

do rozwiązania tego zadania koniecznym było wykorzystanie poprzedniego twierdzenia, z dalszymi twierdzeniami i zadaniami było analogicznie. Mimo to praca została zaliczona przez komisję egzaminacyjną (AUJ, PKEN 32).

Analizę materiału trygonometrycznego zawartego w podręcznikach Czecha i Dąbrowskiego można znaleźć w: K. Wuczyńska, *Nauczanie trygonometrii w polskich szkołach średnich. Rys historyczny*, [w:] *Dzieje matematyki polskiej II*, red. W. Wiśław, Wrocław 2013, s. 273–326.

¹³⁶ Praca domowa Zygmunta Morawskiego, zastępcy nauczyciela w Tarnowie, przedłożona komisji egzaminacyjnej w 1873 r.: „*«Zasady arytmetyki przez byłego profesora matematyki w szkole departamentowej, Warszawa 1821».* Ocenic i rozebrać to dzieło pod względem dydaktycznym” (AUJ, PKEN 27). *Zasady arytmetyki...* Jana Alojzego Radomińskiego po raz pierwszy zostały wydane w 1821 r., następnie w 1827 r. Wydanie trzecie było rozszerzone i dwutomowe, tom 1 wydano w 1832 r., a tom 2 w 1834 r. Później było jeszcze kilkukrotnie wznawiane. Zob. T. Żebrowski, *Bibliografia piśmiennictwa polskiego z działu matematyki i fizyki oraz ich zastosowań*, Kraków 1873, s. 558, ostatnie dostępne wydanie jest z roku 1858. Nie udało się ustalić, czy książka ta była wykorzystywana w nauczaniu szkolnym na ziemiach polskich.

Radomiński materiał umieszczony w książce wzorował na części 1 *Traité élémentaire des mathématiques pures* Edme Marie Josepha Lemoine’a (Paris 1797). Morawski w swojej pracy stwierdził, że podręcznik Radomińskiego z 1821 r. mógłby być z powodzeniem w niemalże niezmienionej postaci używany w latach siedemdziesiątych XIX w. Wprawdzie wskazał kilka nieścisłości czy niedopowiedzeń, ale były one niezbyt dużej wagi. Stwierdził m.in., że uwspółcześnieniu powinna ulec terminologia matematyczna, np. w drugiej połowie XIX w. używano pojęć „liczby dodatnie i ujemne”, u Radomińskiego były „liczby dodatnie i odjemne” (AUJ, PKEN 27).

¹³⁷ Zadanie to otrzymał Ludwik Mikuła i złożył komisji w 1874 r. Podręcznik ten był autorstwa Wincentego Karczewskiego, nauczyciela matematyki w szkole wojewódzkiej w Krakowie, byłego zastępcy profesora astronomii na Uniwersytecie w Wilnie i pomocnika w Obserwatorium Astronomicznym na tym Uniwersytecie. Był to jeden z najpopularniejszych polskojęzycznych podręczników w trzeciej dekadzie XIX w., przygotowany w oparciu o podręczniki Legendre (drugim popularnym w tym czasie podręcznikiem polskojęzycznym był *Geometria według Lacroix* Antoniego Dąbrowskiego; dużo rzadziej wykorzystywano podręczniki Lhuilliera). Mikuła bardzo pozytywnie ocenił podręcznik Karczewskiego. Wymienił jednak kilka błędów i niedociągnięć. Zarzucił Karczewskiemu niewłaściwą kolejność wprowadzania podstawowych pojęć geometrycznych. Karczewski w tym aspekcie podążał za Euklidesem. Mikuła był zwolennikiem podglądowego wprowadzenia do geometrii, uważał, że Karczewski „określiwszy [...] objętość (bryłowość), mógł przejść do definicji powierzchni, a ta wypadłaby teraz: granicą objętości jest powierzchnia, gdzie od razu krzywe i płaskie powierzchnie są objęte” — była to bardzo lakoniczna próba poprawienia autora podręcznika, daleka od precyzji merytorycznej — przecięciem dwóch powierzchni jest linia, a przecięciem dwóch linii jest punkt. Największym uchybieniem, zdaniem recenzenta, było pominięcie w podręczniku przecięć ostrokągu: „Mógłby tutaj na samym stożku, jak to starożytni czynili, pokazać własności paraboli, hiperboli i elipsy, a przez to byłby naprawił to, czego w czwartej księdze nie powiedział” (AUJ, PKEN 27). Należy tu jednak podkreślić, że Karczewski dostosował swój podręcznik do obowiązujących wówczas zarządzeń — *Wewnętrzne urządzenie*

początków ksiąg ośmioro przez Józefa Czecha (Wilno 1807). Ocenie zwłaszcza przedmowę autora. [Celem zadań tego typu było uzasadnienie, że w polskiej literaturze są dostępne dobrze przygotowane podręczniki do matematyki i nie ma potrzeby korzystać z książek niemieckojęzycznych albo z ich tłumaczeń.]

2. Jaki jest stosunek matematyki i fizyki do innych przedmiotów udzielanych w gimnazjum? Jakie jest zadanie uczenia matematyki w niższym gimnazjum a jakie zadanie udzielania tej umiejętności w wyższym gimnazjum?¹³⁸
3. O przeznaczeniu geometrii w wychowaniu gimnazjalnym i o najstosowniejszym sposobie uczenia jej¹³⁹.
4. Organizacja gimnazjów austriackich i ocena krytyczna stanowiska naznaczonego w planie organizacyjnym tychże gimnazjów matematyce i naukom przyrodniczym¹⁴⁰.
5. Wykazać na podstawie psychologicznej analizy ludzkiego umysłu, jakie korzyści wynikają dla młodych rozwijających się władz umysłowych z nauki matematyki.¹⁴¹

szkół wojewódzkich 1820 roku — które nakazywały nauczanie „pola powierzchni i objętości ostrokągrów” w najwyższej klasie szkół wojewódzkich, ale nie wspominały o przecięciach ostrokągru.

¹³⁸ AUJ, PKEN 30, s. 263.

¹³⁹ Autor pracy stwierdził tutaj m.in., że „geometria jest wzorem dla innych umiejętności, a to nie tylko swoją logiczną budową i swoją doskonałą pewnością, ale także ze względu na doskonałość w sposobach przedstawiania itd.” (AUJ, PKEN 30, Prysak Jan).

¹⁴⁰ Pytanie to otrzymał dr Stanisław Klemensiewicz w roku szkolnym 1880/1881. Autor dokonał w pracy analizy, w jakim stopniu programy nauczania narzucone gimnazjom przez plan organizacyjny realizowały cel postawiony naukom matematyczno-przyrodniczym. Celem nauczania matematyki w czterech klasach najniższych było przygotowanie uczniów do sprawnego funkcjonowania w życiu codziennym. Autor pochwała tym samym nauczanie tutaj czterech podstawowych działań arytmetycznych, proporcji i ich zastosowań do reguły trzech, mieszaniny itd. Powątpiewa natomiast w słuszność wprowadzania w najniższych klasach gimnazjalnych podstaw kombinacji i permutacji oraz podstaw rachunku na liczbach ogólnych (podstaw algebry). Uważa, że w życiu codziennym wymienione zagadnienia mają niewielkie zastosowanie, w związku z tym należałoby je przenieść do klas wyższych. Pozostały materiał gimnazjum niższego uważa w zasadzie za dobrze ułożony. Popiera również nauczanie geometrii od najniższych klas, w sposób poglądowy, ale jego zdaniem powinno się je rozszerzyć o podstawy geometrii wykreślnej (np. o omawianie rzutów prostokątnych), o której plan organizacyjny w przypadku gimnazjów nic nie wspominał (podobne stanowisko związane z nauczaniem geometrii wykreślnej w gimnazjach miał np. nauczyciel i działacz społeczny z zaboru pruskiego Karol Libelt, zob.: *O szkole realnej*, [w:] Karol Libelt. *Pisma o oświecie i wychowaniu*, Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk 1971, s. 78–181). Celem nauczania matematyki w gimnazjum wyższym według zarządzeń z 1849 r. było gruntowne przygotowanie do studiów uniwersyteckich. Tutaj Klemensiewicz zwrócił uwagę na to, że materiał narzucony przez zarys organizacyjny jest zbyt obszerny i powinno się z niego usunąć trygonometrię sferyczną na rzecz bardziej dokładnego omawiania geometrii analitycznej wraz z analitycznym przedstawieniem linii krzywych drugiego rzędu (AUJ, PKEN 27).

¹⁴¹ AUJ, PKEN 31, s. 637.

6. Analiza logicznych prawideł i metody, według której Euklides rozumował w swojej geometrii; wykazać związek zachodzący między tą metodą a sposobami myślenia i rozumowania w ogólności i na takiej podstawie odpowiedzieć na pytanie, dlaczego ze względów dydaktycznych metoda Euklidesa przyjętą została w nauczaniu geometrii w gimnazyjum¹⁴².

Pytania domowe z matematyki jako przedmiotu głównego były w tym czasie zazwyczaj z zakresu: analitycznej teorii stożkowych, szeregów i rozwiązywania trójkątów sferycznych. Przykładowe zadania:

1. Wyznaczyć objętość i środek ciężkości bryły jednorodnej wyznaczonej częścią hiperboloidu danego o dwóch powłokach [hiperboloidy dwupowłokowej] i płaszczyzną wycinającą linię koła z tegoż hiperboloidu¹⁴³.
2. Obliczyć 20 miejsc dziesiętnych liczby, której się równa szereg nieskończony¹⁴⁴

$$\frac{\log_{\text{nat}} 2}{23} + \frac{\log_{\text{nat}} 3}{33} + \frac{\log_{\text{nat}} 4}{43} + \frac{\log_{\text{nat}} 5}{53} + \dots$$

3. W trójkącie sferycznym dane są: 1. powierzchnia, 2. powierzchnia trójkąta prostokreślnego [płaskiego], którego bokami są cięciwy boków danego trójkąta sferycznego, 3. objętość piramidy, której wierzchołkami są wierzchołki trójkąta danego i środek kuli. Wyznaczyć boki trójkąta [sferycznego]¹⁴⁵.

Zadań tego typu w ramach pisemnej pracy domowej nie było na egzaminach nauczycielskich z matematyki jako przedmiotu pobocznego. Tam pojawiały się najczęściej zadania z planimetrii, trygonometrii i geometrii analitycznej. Przykładowo: rozwiąż trójkąt, rozwiąż czworokąt, znajdź miejsce geometryczne punktu. Dużo rzadziej pojawiały się zadania z innych działów matematyki. Jedynie trzy

¹⁴² Ibidem, s. 629.

¹⁴³ Egzamin Jana Walczaka (złożony komisji egzaminacyjnej w 1869 r.). Praca ta miała zaledwie 6 stron (AUJ, PKEN 27). Egzaminator zaznaczył, że: „Pan Kandydat znacznie sobie rozwiązanie zadania ułatwił przeto, że zamiast hiperboloidy o dwóch powłokach ogólnej (tj. trójosiowej) opracował hiperboloidę o dwóch powłokach obrotową. Tym sposobem nie dopełnił celu zadania, które miało mu dać sposobność do okazania znajomości przecięć kołowych powierzchni drugiego rzędu i zręczności w doborze stosowanych do integrowania współrzędnych skośnokątnych. Ale szczegółowy przypadek, do którego się P. Kandydat ograniczył, został wykwintnie rozwiązany a ściśle całkiem wypadki jako też sposób wyprowadzenie tychże świadczą o tem, że Kandydat przyswoił sobie zastosowanie rachunku integralnego do geometrii. Praca zatem niniejsza nie stawia przeszkody przypuszcza nim Kandydata do dalszego ciągu egzaminu” (AUJ, PKEN 30).

¹⁴⁴ Egzamin Antoniego Pazdrowskiego (1872/1873) (AUJ, PKEN 30).

¹⁴⁵ Egzamin Stanisława Jaworskiego (1871/1872) (AUJ, PKEN 30).

tematy prac domowych pojawiły się równolegle na egzaminach na nauczycieli w zakresie gimnazjum wyższego i gimnazjum niższego. Były to: 1. O zadaniu Apoloniusza, 2. O liczbach Bernoulliego, 3. O zadaniu Malfattiego¹⁴⁶.

Pisemna praca klauzurowa z matematyki obejmowała trzy zadania. W przypadku, gdy matematyka była jednym z przedmiotów głównych, na egzaminie niemalże zawsze było zadanie, w którym należało wyznaczyć całkę funkcji niewymiernej. Tematyka pozostałych dwóch zadań była już bardziej zróżnicowana. Często pojawiały się zadania związane z twierdzeniem Sturma (np.: Zastosować twierdzenie Sturma do równania algebraicznego $x^3 - 7x + 7 = 0$ w celu wyznaczenia ilości pierwiastków rzeczywistych równania tego i rozłączenia tychże. Obliczyć zarazem jeden z pierwiastków na kilka miejsc dziesiętnych [z dokładnością do kilku miejsc dziesiętnych] przez metodę aproksymacyjną), geometrii analitycznej, w tym zwłaszcza teorii stożkowych (np.: 1. Dany jest układ [w] spólrzędnych, którego osie (x i y) tworzą ze sobą kąt $= 60^\circ$; jaką linię krzywą w tym układzie wyraża równanie $x^2 + xy + y^2 + x + 5y = 0$?, 2. Wyznaczyć [w] spólrzędne środka i powierzchnię elipsy, w której płaszczyzna $x + 3y + 2z = 1$ przecina elipsoid trójosiowy [elipsoidę trójosiową]

$\frac{x^2+y^2}{9} + \frac{x^2}{25} = 1$), rozwiązywania równań (np.: Rozwiązać równanie trzeciego stopnia $x^3 - 3x^2 - 15x - 13 = 0$ według wzoru Kardana) i układów równań (np.: Rozwiązać układ równań: $u^2 + v^2 = 74$, $u^3 + v^3 = 936$). Pojawiały się również zadania optymalizacyjne (np. Spośród wszystkich trójkątów płaskich mających ten sam obwód 25 i wspólny kąt 2α wyznaczyć ten, którego powierzchnia jest największa), szeregów (np.: Wyznaczyć szeregi na $\sin x$ i $\cos x$), trygonometrii sferycznej (np.: Na kuli, której promień $= 1$ dany jest trójkąt sferyczny o bokach $54^\circ 33' 2''$, $43^\circ 7'$, $27^\circ 3' 5''$, znaleźć powierzchnię tego trójkąta), znajdowania miejsc geometrycznych punktów. Występowały też zadania wymagające podania dowodów i zastosowań twierdzeń, m.in. twierdzenia dwumianowego Newtona, twierdzenia Pascala i twierdzenia Brianchona¹⁴⁷. Podobny zakres tematyczny obowiązywał w przypadku egzaminów ustnych.

¹⁴⁶ Pytanie to otrzymał na egzaminie m.in. Jan Korczyński. Egzaminator sprawdzający pracę zaznaczył, że odnosi wrażenie, że praca została oparta na dysertacji doktorskiej Arnima Wittsteina (*Geschichte des Malfatti'schen Problems. Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doctorwürde in der Philosophie vorgelegt der Philosophischen Facultät der Friedrich-Alexander's-Universität zu Erlangen*, München 1871), ale autor tego nie zaznaczył (AUJ, PKEN 28).

¹⁴⁷ Pracę domową na temat twierdzeń Pascala i Brianchona oraz ich zastosowań otrzymał w roku szkolnym 1880/1881 Stanisław Rudnicki. Swoje rozważania oparł m.in. na artykułach Artura Cayleya umieszczonych w „Journal für die reine und angewandte Mathematik” (t. 31, 34, 38, 41)” i „The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics” (t. 9); artykułach Ludwiga O. Hessego z tomów 24 i 68 „Journal für die reine und angewandte Mathematik; Jacoba Steinera z tomu 18 „Annales de Gergonne”; rozprawie Juliusa Plückera umieszczonej w tomie 5 „Journal für die reine und angewandte Mathematik”, pracy Hermanna Grassmanna z tomu 58 i pracy Karla G. Staudta z tomu 62 tego czasopisma.

Na egzaminach klauzurowych i ustnych z matematyki dla gimnazjum niższego nie było całek, nie było trygonometrii sferycznej ani szeregów. W każdym zestawie było zadanie z geometrii analitycznej na niższym poziomie trudności niż te w przypadku egzaminu dla gimnazjum wyższego, często pojawiały się też równania i układy równań. Rzadko pojawiały się zadania związane z obliczeniami procentowymi (Zadanie klauzurowe: Kapitał 1371 zł wypożyczony jest po 7 procent na lat 25, procenta każdego roku wcielają się do kapitału; jak wielki będzie kapitał rzeczony po upływie owych 25 lat?), rozwiązywaniem trójkątów płaskich (Zadanie klauzurowe: W trójkącie prostokreślnym dany jest jeden bok $[=a]$, kąt przeciwległy $[=A]$ i powierzchnia trójkąta, obliczyć boki b i c), logarytmami (Zadanie klauzurowe: Dany jest $\log n 50 = a$; jaką do a trzeba dodać liczbę, ażeby dostać $\log n 51$? (na 8 miejsc dziesiętnych)¹⁴⁸), itd.

Celem egzaminu ustnego było sprawdzenie ogólnej wiedzy kandydata z zakresu przedmiotów głównych i pobocznych oraz języków wykładowych (i/lub języka niemieckiego). Zdarzało się, że na egzaminie ustnym pojawiało się jedno z zadań z egzaminu pisemnego — było tak, gdy to zadanie na egzaminie pisemnym zostało źle rozwiązane przez kandydata¹⁴⁹, ale też w przypadkach, gdy egzaminator sprawdzający pracę pisemną stwierdził, że była ona rozwiązana zadowalająco¹⁵⁰. Na egzaminach ustnych kandydat otrzymywał zazwyczaj od 5 do nawet kilkunastu zadań z matematyki i okazuje się, że na liczbę zadań nie miało wpływu to, czy egzamin pisemny poszedł dobrze, czy źle, ani to, jak kandydat odpowiadał na kolejne pytania na egzaminie ustnym. Najwięcej pytań na egzaminie ustnym w ramach egzaminu nauczycielskiego z matematyką jako jednym z przedmiotów głównych otrzymał w 1872 r. Walenty Myjak i na wszystkie odpowiedział poprawnie:

1. Podaj wzory służące do przerobienia [w]spółrzędnych prostokątnych jednego układu na [w]spółrzędne drugiego układu.
2. Znaczenie geometryczne czterech [w]spółczynników w ogólnym równaniu płaszczyzny.
3. Wymienić wszystkie powierzchnie drugiego rzędu.
4. Definicja płaszczyzny sprzężonej do kierunku danego, definicja trzech średnic sprzężonych, definicja płaszczyzny biegunowej należącej do punktu danego względem powierzchni 2go rzędu.

¹⁴⁸ Egzamin Władysława Kulczyńskiego (1876/1877) (AUJ, PKEN 31). W XIX i na początku XX w. używano różnych symboli oznaczających logarytm naturalny m.in. $l(a)$, $\log nat(a)$ oraz $\log n(a)$. W niniejszym artykule użyto wszystkich trzech wymienionych notacji, ponieważ wszystkie one pojawiły się na egzaminach nauczycielskich przeprowadzonych w Krakowie (w artykule cytowane są oryginalne sformułowania zadań).

¹⁴⁹ Zob. np.: AUJ, PKEN 30, Drewnicki Hipolit.

¹⁵⁰ Zob. np.: AUJ, PKEN 30, Balon Józef.

5. Na jakich powierzchniach drugiego rzędu leżą linie proste?
6. Twierdzenie Legendra w trygonometrii kulistej.
7. Powierzchnia [pole powierzchni] trójkąta sferycznego.
8. Z trzech danych boków trójkąta sferycznego obliczyć kąty.
9. Objętość graniastoslupa ukośnokątnego.
10. Definicja logarytmów naturalnych. Wzór zawierający wszystkie logarytmy naturalne danej liczby. Sposoby obliczania logarytmów naturalnych. Przejście do logarytmów Briggsa.
11. Definicja i znamiona główne zbieżności szeregów nieskończonych.
12. Własności funkcji wykładniczej i jej związek z trygonometrią.
13. Szereg dwumianu ogólny.
14. Iloczyn nieskończony dla $\sin x$.
15. Zróżniczkować wyrażenie $\frac{x^4+3x+5}{\sqrt{7+5x^3}}$.
16. Definicja koła krzywizny.
17. Wyznaczenie największości i najmniejszości.
18. Twierdzenie Sturma.

Po egzaminie ustnym miały się odbywać lekcje próbne hospitowane przez wybranych członków komisji egzaminacyjnej. W rzeczywistości przeprowadzane one były jednak niezwykle rzadko. Zazwyczaj kandydaci, przystępując do egzaminu nauczycielskiego, pracowali już w szkołach średnich, a zaświadczenie wystawione przez dyrekcję szkoły, w której kandydat pracował, potwierdzające jego wysokie kwalifikacje upoważniało go do zwolnienia z tego etapu egzaminu. Jedną z nielicznych lekcji próbnych w zakresie matematyki została przeprowadzona przez Karola Gutkowskiego w trakcie egzaminu z matematyki i fizyki na nauczyciela w gimnazjum niższym — 13 czerwca 1870 r. poprowadził on lekcję w IV klasie Gimnazjum św. Anny w Krakowie: „Kandydat wykladał będzie «o wielościanach foremnych», pytania zaś będzie zadawał dotyczące się «teorii równań» i «obliczania powierzchni i bryłowości kuli»”¹⁵¹, tzn. pola powierzchni i objętości brył.

3.2. Egzaminy dla kandydatów na nauczycieli matematyki w gimnazjach i szkołach realnych w latach 1884–1914

Rok 1884 przyniósł nową ustawę dotyczącą egzaminów nauczycielskich — od tego momentu były jedne egzaminy dla nauczycieli gimnazjów i szkół realnych. Zakres tematyczny zadań z matematyki, które otrzymywali kandydaci na nauczycieli od komisji egzaminacyjnych w Krakowie, był podobny do tego omówionego wyżej dla gimnazjów. Najpoważniejszą zmianą było wprowadzenie równań różniczkowych cząstkowych do egzaminów dla kandydatów na nauczy-

¹⁵¹ AUJ, PKEN 30.

cieli matematyki i fizyki w wyższych klasach szkół średnich (gimnazjach i szkołach realnych) — zadanie z tego zakresu otrzymywał niemalże każdy kandydat na nauczyciela. Jako przykład podamy tutaj zestaw zadań z matematyki, który otrzymał w 1895 r. na egzaminie nauczycielskim z matematyki w zakresie wyższych klas szkół średnich Zdzisław Krygowski, późniejszy profesor uniwersytetu w Poznaniu¹⁵².

Pisemne prace domowe:

1. Praca domowa z dydaktyki: W jaki sposób matematyka i fizyka współdziałała z naukami humanistycznymi dla ogólnego wykształcenia młodzieży szkół średnich?
2. Praca domowa z matematyki: Metoda przemiany stałych (*Variation der Constanten*) i jej zastosowanie¹⁵³.

Praca klauzurowa z matematyki:

1. Rozwiązać iloraz $\frac{x}{1-e^{-x}}$ na szereg uporządkowany według potęg zmiennej x i pokazać w jakich granicach on jest zbieżny.
2. Co to jest ewoluta (rozwinęta) danej krzywej? Jakie jest jej równanie? Zastosować do cykloidy i znaleźć wielkość powierzchni ograniczonej cykloidą i jej ewolutą.

Egzamin ustny z matematyki:

1. Co to jest tzw. „podział złoty” (*sectio aurea*)? Wykonać na danej długości taki podział rachunkiem i wykreśleniem [rachunkowo i konstrukcyjnie].

¹⁵² Zdzisław Antoni Krygowski, ur. 22.12.1872 r. we Lwowie, uczył się najpierw w gimnazjum w Wadowicach, a później w III Gimnazjum w Krakowie, gdzie w 1890 r. zdał egzamin maturalny. Po zdaniu egzaminu nauczycielskiego został nauczycielem w Gimnazjum I w Przemyślu, a później w II Szkole Realnej we Lwowie. W sprawozdaniach szkolnych opublikował dwa artykuły naukowe, w których omówił swoje oryginalne wyniki: *O pewnym zastosowaniu funkcji theta* („Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Gimnazjum I w Przemyślu” 1900 r.) oraz *O rozwijaniu funkcji hypereliptycznych pierwszego rzędu na szeregi Fouriera* („Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. II Szkoły Realnej we Lwowie” 1905 r.).

¹⁵³ Jest to pierwsza praca pisemna przygotowana w ramach egzaminu nauczycielskiego, w której autor, we wstępie nawiązując do rozwiązywania równań dowolnego stopnia, wspominał o twierdzeniu Abela-Ruffiniego i rozszerzył je o informacje na temat odkryć w tym zakresie dokonanych przez Évariste’a Galois, Charlesa Hermite’a, Leopolda Kroneckera, Henri’ego Poincarégo, Augustina L. Cauchy’ego i in. Zasadniczą część pracy domowej Krygowski poświęcił analizie zagadnień związanych z równaniami różniczkowymi ruchu. Na ponad 100 stronach omówił kolejno: metodę przemiany stałych w równaniach różniczkowych pierwszego, drugiego i n -tego rzędu, równania Lagrange’a i Hamiltona, twierdzenia Hamiltona i Jacobiego, równania różniczkowe ruchu środków mas ciał niebieskich, ruch eliptyczny planet, metodę Jacobiego całkowania równań różniczkowych ruchu jednej planety, metodę Lagrange’a przemiany stałych, metodę Lagrange’a obliczania zmian elementów w ruchu eliptycznym planet, perturbacje pierwszego rzędu, rozwinięcie funkcji perturbacyjnej, przekształcanie pochodnych względem czasu w ruchu eliptycznym, równania różniczkowe ruchu ciał niebieskich we współrzędnych symetrycznych, twierdzenie Poisson’a (AUJ, PKEN 27).

2. Między dane dwie liczby a i b wpisać n nowych tak, aby z danymi tworzyły postęp geometryczny.
3. Z danych trzech boków trójkąta obliczyć jego powierzchnię.
4. Wyprowadzić podstawowe równania trygonometrii sferycznej.
5. Wyprowadzić równania biegunowe przecięć stożkowych.
6. Znaleźć najkrótszą odległość dwóch prostych danych przez równania

$$\frac{x-a}{\alpha} = \frac{y-b}{\beta} = \frac{z-c}{\gamma} \text{ i } \frac{x-a_1}{\alpha_1} = \frac{y-b_1}{\beta_1} = \frac{z-c_1}{\gamma_1}.$$

7. Wyprowadzić wzory redukcyjne dla całek dwumianowych

$$\int x^{m-1} (a + bx^n)^{\frac{p}{q}}.$$

8. Scałkować równanie $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - 4y - 5 = 0$.
9. Wyrazić wstawę i dostawę [sinus i cosinus] kąta x przez iloczyny z [za pomocą iloczynów] nieskończonej liczby czynników.

W roku 1897 kandydat na nauczyciela matematyki i fizyki w całym gimnazjum i szkole realnej Antoni Bielak otrzymał temat pracy pedagogicznej, który nie pojawił się na egzaminie w Krakowie nigdy wcześniej ani później, a jest szczególnie istotny¹⁵⁴. Bielak w ramach pisemnej pracy domowej z dydaktyki miał przygotować rozprawę na temat: „Jak w miarę postępu umiejętności matematyki i fizyki zmieniać się ma odpowiednio nauka tych przedmiotów w gimnazjum”. Tym samym praca ta miała ukazać sposób absorpcji matematycznych i fizycznych nowości naukowych do nauczania w galicyjskich szkołach średnich. Została ona oceniona przez komisję egzaminacyjną bardzo dobrze: „Kandydat krótko i zwięźle a zarazem trafnie i praktycznie rozwiązał zagadnienie dane w temacie; złożył też dowody, że z postępowaniem matematyki i fizyki jest obznajomiony i rozumie należycie zadanie szkoły. Praca jest dość dobra, napisana dobrym językiem”¹⁵⁵. Ta opinia pozwala, aby tezy umieszczone w tej pracy przyjąć za stanowisko krakowskiej komisji egzaminacyjnej wobec sposobu wdrażania nowości naukowych z matematyki do szkół średnich.

¹⁵⁴ Przykładem innego tematu pracy domowej z dydaktyki, który pojawił się tylko raz, był: „Ustrój szkół średnich Komisji Edukacyjnej w Polsce” — temat ten otrzymał Franciszek Fryz w 1893 r. Autor omówił w pracy system szkolny stworzony przez Komisję Edukacji Narodowej, godzinowe rozkłady zajęć oraz programy nauczania. W bibliografii umieścił 12 pozycji, wśród nich były następujące: Józef Łukaszewicz, *Historia szkół w Koronie i w Wielkim Księstwie litewskim*, t. 2, Poznań 1850; Alfred Szczepański, *Szkoły w Polsce*, Lwów 1866; Stanisław Żarański, *Komisja Edukacji Narodowej a Rada Szkolna Krajowa*, Kraków 1870; *Wzór Rapportów o Naukach Komisji Edukacyjnej*, *Wzór Rapportów o Naukach* (ze zbiorów Biblioteki Jagiellońskiej); Wojciech Szweykowski, *Uwagi nad wyższymi szkołami polskimi w porównaniu do niemieckich*, Warszawa 1808.

¹⁵⁵ AUJ, PKEN 33, s. 75.

Bielak w oparciu o wiedzę teoretyczną, ale również swoje praktyczne doświadczenie nauczycielskie twierdził, że szkoły średnie, podążając za nowościami naukowymi z matematyki, powinny zmieniać metody nauczania, a nie zakres materiału, ponieważ ten jest narzucony przez zarządzenia ministerialne i w zasadzie pozostaje niezmienny. Autor wskazał na zalety metody empirycznej nauczania oraz metody sokratejskiej — naprowadzania uczniów na rozwiązania poprzez zadawanie odpowiednich pytań. Do nowości naukowych w zakresie matematyki nawiązał w bardzo ogólny sposób: odkrycia naukowe związane są uogólnianiem znanych już twierdzeń, w związku z tym w nauczaniu szkolnym „należy stosować na każdym kroku tę metodę uogólniania”¹⁵⁶ — w ten sposób przysposabia się ucznia do głębszego zrozumienia matematyki, które zaowocuje w życiu codziennym, ponieważ nauczy młodych ludzi logicznego myślenia, uczniowie zapomną własności logarytmów, czy tożsamości trygonometryczne, ale nie zapomną sposobu rozumowania, który doprowadza ich do uogólnień. Ważne w tym procesie jest również przeprowadzanie dowodów twierdzeń — każde twierdzenie dowodzi się w inny sposób, nie ma schematów, każdy dowód wymaga zastosowania wielu twierdzeń pomocniczych i faktów, co systematyzuje wiedzę i łączy ją w logiczną całość. Drugie i ostatnie nawiązanie do matematycznych nowości naukowych Bielak poświęcił interpretacjom geometrycznym, których celem jest potwierdzenie teorii, ale też ułatwienie jej zrozumienia. Zalecał, aby w matematyce elementarnej stosować interpretację geometryczną podczas omawiania np. podnoszenia liczb do kwadratu oraz do sześciannu, co jest równoważne obliczeniu pola kwadratu o danym boku oraz objętości sześciannu o danej krawędzi. W przypadku wyższych klas szkół średnich zalecał wykorzystanie interpretacji geometrycznej w trakcie wyjaśniania skąd się bierze wzór na objętość stożka¹⁵⁷. I to są wszystkie rozważania związane z nauczaniem matematyki umieszczone w artykule. Bielak nie zaprezentował tu żadnych nowych rozwiązań — zwrot ku metodzie empirycznej w nauczaniu był obecny już od końca XVIII w., metodę sokratejską w zaborze pruskim promował kilka dekad wcześniej w artykule umieszczonym w sprawozdaniu progimnazjum w Wałczu Karl Weierstrass¹⁵⁸, równoległe nauczanie geometrii i arytmetyki oraz innych działów matematyki (łączenie ich ze sobą) realizowano w Galicji już od połowy XIX w. Bielak nie wykorzystał potencjału drzemiącego w temacie. Mógł odnieść się tutaj chociażby do zagadnień umieszczonych w artykułach opublikowanych w galicyjskich sprawozdaniach szkolnych np. *Elementarna teoria wyznaczników*

¹⁵⁶ AUJ, PKEN 27: Bielak Antoni, s. 2.

¹⁵⁷ AUJ, PKEN 27.

¹⁵⁸ K. Weierstrass, *Ueber die sokratische Lehrmethode und deren Anwenbarkeit beim Schul-Unterricht*, „Jahresbericht über das Königl. Progymnasium in Dt. Crone”, Deutsch-Crone 1845, s. 1–11.

Jana Korczyńskiego¹⁵⁹, w którym wybrane twierdzenia autor dowodził tak, aby można było je zaprezentować w szkole realnej¹⁶⁰, czy *O niemożności algebracznego rozwiązania równań ogólnych stopnia wyższego niż czwarty* Klemensa Hlibowickiego¹⁶¹, gdzie autor omówił m.in. rezultaty Nielsa Henrika Abela¹⁶².

Galicja w XIX w. borykała się z niedoborem nauczycieli, co składano na karb przede wszystkim zbyt trudnych egzaminów nauczycielskich. Jeżeli przeanalizujemy materiały związane z egzaminami przeprowadzanymi przez komisje w Krakowie w II połowie XIX w., to wyraźnie widać, że świadectwo uprawniające do nauczania matematyki w wyższych klasach szkół średnich było trudne do uzyskania — często kandydaci, którzy przystępowali do egzaminów, mieli trudności z ich zaliczeniem i w rezultacie otrzymywali świadectwo do nauczania matematyki jedynie w klasach niższych, wraz z adnotacją o obowiązku uzupełnienia egzaminu (czasem również ze wskazaniem limitu czasowego). Było też wielu kandydatów, którzy w ogóle nie zaliczali egzaminów¹⁶³. Tak było w Krakowie, ale też w przypadku komisji egzaminacyjnych w innych miastach — w latach 1884–1913 liczba osób reprobowanych przez komisje egzaminacyjne w Czerniowicach, Grazu, Innsbrucku, Lwowie, Pradze, Wiedniu i Zagrzebiu wynosiła 3587 osób¹⁶⁴ (brani są tu pod uwagę wszyscy kandydaci, bez względu na wybrany zakres przedmiotów).

Ta sytuacja spowodowała, że w 1897 r. wprowadzono nowe zarządzenia dotyczące egzaminów nauczycielskich, które w założeniu miały być mniej uciążliwe dla kandydatów. W rzeczywistości tak się jednak nie stało. Poziom trudności egzaminów z matematyki jako przedmiotu pobocznego (czyli w zakresie klas niższych szkół średnich) pozostał zbliżony do tego sprzed 1897 r. Za to egzaminy z matematyki jako przedmiotu głównego (w zakresie gimnazjum wyższego) stały się jeszcze trudniejsze, zwłaszcza prace domowe i egzaminy ustne. Prace domowe z matematyki wymagały biegłości w matematyce wyższej, w tym znajomości najnowszej literatury tematu, w dalszym ciągu pożądanym było umieszczanie w tych pra-

¹⁵⁹ „Sprawozdanie c.k. Gimnazjum św. Jacka w Krakowie za r. szk. 1891/92”, Kraków 1892.

¹⁶⁰ S. Domoradzki, *Prace matematyczne w sprawozdaniach gimnazjów galicyjskich*, „Antiquitates Mathematicae” 2009, t. 3, s. 243–261.

¹⁶¹ „Sprawozdanie Dyrekcji c.k. Wyższego Gimnazjum w Tarnopolu za r. szk. 1897/98”, Tarnopol 1898.

¹⁶² W tym czasie w nauczaniu szkolnym omawiano równania wyższych stopni, ale nie wprowadzano twierdzenia o niemożności ogólnego rozwiązania równań stopnia piątego i wyższych przez pierwiastniki. Twierdzenia tego nie umieścił w swojej pracy domowej w ramach egzaminu nauczycielskiego z matematyki jako przedmiotu pobocznego również Tomasz Motyka (praca zgłoszona komisji w 1906 r.), a jednym z poleceń, które musiał wykonać w ramach pracy matematycznej było omówienie teorii rozwiązywania równań stopni wyższych w algebrze elementarnej (AUJ, PKEN 27, Motyka Tomasz, s. 16–24).

¹⁶³ Por. AUJ, PKEN 28–29 z PKEN 30–35.

¹⁶⁴ AUJ, PKEN 46.

cach własnych twierdzeń/rezultatów; kilku kandydatów w ramach pracy domowej otrzymało polecenie, aby scharakteryzować najważniejsze odkrycia Karla Weierstrassa, np. Jan Walczak otrzymał polecenie „Opierając się głównie na pracach Weierstrassa wyłożyć ogólne podstawy teorii funkcji analitycznych ze szczególnym uwzględnieniem teorii funkcji całkowitych przestępnych” (praca złożona komisji w 1902 r.), inne przykładowe tematy, które otrzymali kandydaci do 1914 r.:

1. Wyłożyć w całej obszerności rzecz o „całkach eliptycznych”¹⁶⁵.
2. Wyłożyć teorię szeregu Fouriera i na jednym przykładzie uwidocznienie zastosowanie tego szeregu do całkowania równań fizyki matematycznej¹⁶⁶.
3. Wyłożyć teorię Picarda przybliżeń kolejnych dla równań różniczkowych kształtu następującego $\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} = f\left(\frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, u, x, y\right)$ oraz własności funkcji Greena, na których teoria ta polega.
4. Wyłożyć metody Neumana i Robina całkowania równania Laplace’a dla powierzchni wypukłych, poprzedzając ten wykład ścisłym uzasadnieniem tych

¹⁶⁵ Temat ten otrzymał Tadeusz Teofil Rozmuski (świadcstwo nauczycielskie otrzymał w 1900 r.). Dokładnie omówił on materiał umieszczony w podręcznikach Heinricha Durège’a. Dodał też własne rozważania związane z „geometrycznym odkształceniem funkcji eliptycznej” (AUJ, PKEN 33). Minusem pracy było to, że autor nie powoływał się na oryginalne prace Adrien-Marie Legendre’a i Carla G.J. Jacobi’ego.

¹⁶⁶ To polecenie otrzymał w 1904 r. na egzaminie nauczycielskim Kamil Kraft. Rozważania umieszczone w pracy rozpoczął od analizy współczynników szeregu trygonometrycznego, ze szczególną uwagą zwróconą na współczynniki Fouriera, twierdzenie Du Bois-Reymonda oraz twierdzenie Carnota. Przechodząc do warunków zbieżności szeregu Fouriera omówił kolejno:

1. Sprowadzenie szeregu do pewnej całki, 2. Granicę: $\lim_{\mu=0} \int_a^b \frac{\sin \mu y}{y} dy$, 3. Ogólność twierdzenia: $\lim_{\mu=0} \int_a^b \varphi(y) \frac{\sin \mu y}{y} dy = 0$ przy $ab > 0$, i pokrewne z nim twierdzenie Riemanna, 4. Założenie Dirichleta i funkcje Jordana, 5. Warunek Du Bois-Reymonda, 6. Warunek Lipschitza, 7. Funkcje parzyste, w szczególności funkcję $\frac{y}{2 \sin \frac{y}{2}}$, 8. Wartość graniczną szeregu Fouriera, 9. Warunki „przedstawialności” funkcji za pomocą szeregu Fouriera, 10. Przypadek jednostajnej zbieżności szeregu Fouriera. Cała praca zajęła ok. 200 stron. Kraft opierał się w niej na rezultatach umieszczonych m.in. w: R. Lipschitz, *De explicatione per series trigonometricas instituenda functionum unius variabilis arbitrariorum, et praecipue earum, quae per variabilis spatium finitum valorum maximorum et minimorum numerum habent infinitum, disquisitio*, „Journal für die reine und angewandte Mathematik” 1864, t. 63, s. 296–308; G. Cantor, *Über die Ausdehnung eines Satzes auf der Theorie der trigonometrischen Reihen*, „Mathematische Annalen” 1872, t. 5, s. 123–132; P. du Bois-Reymond, *Versuch einer Classification der willkürlichen Functionen reeler Argumente nach ihren Änderungen in den kleinsten Intervallen*, „Journal für die reine und angewandte Mathematik” 1874, t. 79, s. 21–37; A. Sachse, *Versuch einer Geschichte der Darstellung willkürlicher Functionen einer Variablen durch trigonometrische Reihen*, Göttingen 1879; C. Jordan, *Sur la série de Fourier*, „Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des Sciences” 1881, t. 92, s. 228–230 oraz na pracy habilitacyjnej Bernharda Riemanna *Über die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe* z 1854 r. i pracach Leopolda Kroneckera, Otta L. Höldera, Érica Ricarda i innych (AUJ, PKEN 27).

z własności warstw pojedynczych i podwójnych, na których opierają się rzeczowe metody¹⁶⁷.

Przykładowe zestawy prac klauzurowych z matematyki:

1.
 - Wyprowadzić wzory Taylora i Maclaurina oraz pokazać ich użytek na kilku przykładach.
 - Wyprowadzić wzory na rektyfikację krzywych o podwójnym zakrzywieniu, niezależnie od tego czy te krzywe dane są we współrzędnych prostokątnych, biegunowych albo mieszanych.
2.
 - Wykonać kwadratury: $\int \frac{dx}{a+b\cos x}$ i $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}}$.
 - W wyrażeniu: $x^2 - \frac{d^2y}{dx^2} - (2x - y)\frac{dy}{dx}$ wprowadzić zamiast zmiennych x i y zmienne związane t i u tż. $x = e^t$, $y = e^t(u + 2)$, przyjmując, że t jest zmienną niezależną a u zmienną zależną.
3.
 - W równaniu cząstkowym $\frac{d^2z}{dx dy} + a\frac{dz}{dx} + b\frac{dz}{dy} + \left(ab + \frac{dz}{dx}\right)z + c = 0$, a , b i c są danymi funkcjami zmiennych x i y , a z jest niewiadomą funkcją tych zmiennych. Znaleźć ogólną całkę tego równania cząstkowego (w tym celu dogodnie wziąć podstawienie $\frac{dz}{dy} + az = u$).
 - Niech u i v oznaczają współrzędne krzywoliniowe na powierzchni, a E , F , G jej wielkości zasadnicze pierwszego rzędu i niech będzie na tej powierzchni rodzina linii krzywych: $\Omega(u, v) = \text{const}$. Pochodne jakiegokolwiek funkcji $f(u, v)$ względem przesunięcia wzdłuż krzywej $\Omega(u, v) = \text{const}$ przechodzącej przez punkt u, v i względem przesunięcia po normalnej do tej krzywej na powierzchni tj. $\frac{df}{ds}$ i $\frac{df}{dn}$ można wyrazić przez pochodne cząstkowe $\frac{df}{du}$ i $\frac{df}{dv}$. Znaleźć te wyrażenia.

¹⁶⁷ To polecenie otrzymał Antoni Hoborski (1879–1940), późniejszy profesor Akademii Górniczej w Krakowie i jej pierwszy rektor. W 1903 r. praca Hoborskiego została przekazana do sprawozdania Stanisławowi Zarembie, ówczesnemu członkowi komisji egzaminacyjnej.

Stanisław Zaremba (1863–1942) w latach 1881–1886 odbył studia w Petersburskim Instytucie Technologicznym, następnie wyjechał do Paryża, gdzie w 1889 r. obronił doktorat. Od 1900 r. aż do śmierci pracował na uniwersytecie w Krakowie. Zajmował się przede wszystkim równaniami różniczkowymi cząstkowymi i ich zastosowaniami fizycznymi, zob. R. Duda, *Historia matematyki w Polsce*, s. 421; R. Duda, *Matematycy polscy na tle dziejów Polski*, s. 103.

Przykładowe zestawy zadań otrzymanych na egzaminach ustnych:

1. 1904 r. Kamil Kraft

- Twierdzenie Laurenta o kształcie funkcji analitycznej jednowartościowej w sąsiedztwie punktu osobliwego odosobnionego.
- Klasyfikacja punktów osobliwych odosobnionych funkcji jednowartościowych.
- Wartości funkcji analitycznej w sąsiedztwie punktu istotnie osobliwego.
- Kształt całki ogólnej równania różniczkowego liniowego i jednorodnego w cząstkowych pochodnych rzędu pierwszego.
- Stosunek wzajemny kwestii całkowania równań o cząstkowych pochodnych powyższego rodzaju i kwestii całkowania pewnego układu równań różniczkowych zwyczajnych.

2. 1905 r. Adam Kazimierz Maksymowicz¹⁶⁸

- a) Wyrazić wartość funkcji v czyniącej zadość równaniu:

$$\Delta v = \frac{d^2 v}{du^2} + \frac{d^2 v}{dy^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} = 0 \text{ w obszarze ograniczonym pewną powierzchnią}$$

(S) w zależności od określonych wartości tej funkcji i jej pochodnej normalnej; b) Rozwiązać zadania analogiczne co do równania $\Delta v - m^2 v = 0$;

- c) Wyrugować w otrzymanym wzorze pochodną $\frac{dv}{du}$, d) Rozwiązać rachunek w zupełności, zakładając, że powierzchnia (S) jest kulą i że chodzi o wartość funkcji v w środku tej kuli, e) Podstawienie własności przekształcenia przez promienie odwrotne.

3. 1901 r. Wiktor Arvay

- Parametry różniczkowe i teoria zginania powierzchni.
- Twierdzenie Meusnier, Eulera i linia wskazująca Dupina.
- Definicja linii geodezyjnej i krzywizny geodezyjnej.
- Definicja układu zupełnego i układu Jacobiego równań różniczkowych cząstkowych liniowych i jednorodnych.

¹⁶⁸ W tym samym roku na egzaminie z matematyki będącym przedmiotem pobocznym Eugeniusz Flis na pracy domowej miał zadanie „Wyłożyć w sposób ścisły teorię elementarną liczb pierwszych, przyjmując za podstawę własności największego wspólnego dzielnika dwóch liczb całkowitych”. Egzamin ustny: 1) Własności zasadnicze trójmianu stopnia drugiego; 2) Dyskusja układu dwóch równań liniowych o dwóch niewiadomych; 3) Wykreślić trójkąt przy danych: podstawie, różnicy innych boków i jednym kącie przylegającym do podstawy; 4) Rozwiązać trygonometrycznie trójkąt przy danych: podstawie i dwóch kątach.

Adam Kazimierz Maksymowicz (1880–1970) w latach 1898–1902 studiował na uniwersytecie w Krakowie, następnie do 1904 r. na uniwersytecie we Lwowie, w 1911 r. obronił tam doktorat. Jeszcze w trakcie studiów rozpoczął pracę jako asystent w Szkole Politechnicznej we Lwowie. W 1823 r. uzyskał habilitację na politechnice we Lwowie i odtąd prowadził tam regularne wykłady. Był ceniony jako wykładowca. Zob. R. Duda, *Katedry matematyczne i ich obsada na Politechnice Lwowskiej do 1945 r.*, „Antiquitates Mathematicae” 2014, t. 8(1), s. 59.

- Do jakich funkcji doprowadzają kwadratury funkcji wymiernych i funkcji $\sin x$ i $\cos x$? Co to są całki eliptyczne i hypereliptyczne?
- Definicja funkcji analitycznej. Co nazywamy biegunem a co punktem istotnie osobliwym?
- Jaką ogólną postać ma całka równania liniowego jednorodnego zwyczajnego n -tego rzędu?
- O powierzchniach drugiego stopnia.

3.3. Egzaminy dla kandydatów na nauczycieli geometrii wykreślnej i rysunku geometrycznego w latach 1906–1914

Osobnym egzaminom byli poddawani kandydaci na nauczycieli geometrii wykreślnej. Stawali oni przed Komisją Egzaminacyjną dla Kandydatów na Nauczycieli Rysunków w Szkołach Średnich. Wedle zachowanych materiałów komisja egzaminacyjna w Krakowie od 1906 do 1914 r. wydała tematy prac domowych dla 28 kandydatów na nauczycieli geometrii wykreślnej i rysunków. Każdy egzaminowany w ramach pracy domowej otrzymywał: 1) zadanie z rysunku figuralnego, 2) zadanie z rysunku ornamentalnego, 3) dwa zadania z geometrii wykreślnej: jedno zadanie dotyczące rzutów prostokątnych i jedno zadanie z perspektywy oraz 4) zadanie pedagogiczne. Prace klauzurowe były trzy, każde z nich dotyczyło zakresu wymienionego odpowiednio w punktach 1), 2) oraz 3). Egzamin ustny uwzględniał: 1) kilka zadań z geometrii wykreślnej, 2) anatomię ludzkiego ciała, 3) historię sztuki, 4) język wykładowy. Zadania, które otrzymywali kandydaci na egzaminach na nauczycieli geometrii wykreślnej i rysunków, były zazwyczaj bardzo do siebie podobne — dużo bardziej podobne niż te, które otrzymywali kandydaci na nauczycieli matematyki. W większości zadań z geometrii wykreślnej należało wyznaczyć cienie pewnych obiektów. Tym samym, aby dać pogląd na zestawy egzaminacyjne, wystarczy podać jeden z nich. Będzie to cały zestaw egzaminacyjny, który otrzymał Eugeniusz Gros¹⁶⁹ w 1909 r. — egzamin odbył się według przepisów z 1884 r.

Egzamin nauczycielski w zakresie geometrii wykreślnej Eugeniusza Grosa z 1909 r.

Prace domowe

1. rysunek figuralny:
 - a) Narysować wnętrze mieszkania.
2. rysunek ornamentalny:

¹⁶⁹ Eugeniusz Gros ur. 21 marca 1878 r. we Lwowie. W 1898 r. ukończył szkołę realną we Lwowie, otrzymując świadectwo dojrzałości. Kolejne pięć lat spędził jako student w szkole politechnicznej we Lwowie. W roku akademickim 1907/1908 był słuchaczem Akademii Sztuk Pięknych w Krakowie (AUJ, PKEN 34).

- a) Skomponować ornament płaski ryty w płycie pamiątkowej brązowej [z brązu], wmurowanej w ścianę kościoła. Ornament otaczać ma popiersie i odpowiedni napis dziesięciowierszowy, który należy tylko zaznaczyć. Styl dowolny.
 - b) Narysować i zakolorować wzór na tkaninę jedwabną mogącą służyć za kapę kościelną. Motyw kwiatowy, styl dowolny.
3. dwa zadania z geometrii wykreślnej:
- a) zadanie dotyczące rzutów prostokątnych:
Dana jest czasza półkulista oraz przenikający ją graniastosłup nachylony względem obu rzutni; wyznaczyć linię przenikania oraz wszystkie występujące cienie tych brył przy odpowiednio dobranym oświetleniu równoległym.
 - b) zadanie z perspektywy:
Zaprojektować w rzutach prostokątnych pomnik będący kombinacją graniastosłupów i ostrosłupów, wyznaczyć jego perspektywę, przyjmując główne płaszczyzny pionowe jako zamykające z płaszczyzną tła kąty 60° i 30° .
4. Zadanie pedagogiczne.
- a) Podać metodę, środki i cel nauki rzutów prostokątnych w klasie IV szkoły realnej.

Prace pod nadzorem były z:

1. rysunku figuralnego:
 - a) Narysować akt starca z natury.
 - b) Narysować ten sam akt z pamięci.
2. rysunku ornamentalnego:
 - a) Skomponować wzór na kratę z kutego żelaza, mającą przykrywać i zabezpieczać w całości lub części okno parterowe od strony ulicy.
3. dwa zadania z geometrii wykreślnej:
 - a) jedno zadanie dotyczące rzutów prostokątnych:
Na rzutni poziomej stoi graniastosłup prosty $ABCDEFGH$ o danej podstawie kwadratowej $A(x = 2, y = 2, z = 0)B(3,5,0)$ i długości krawędzi bocznych $AE = 8$; przez punkt $P(1,5,1)$ przesunąć płaszczyznę π równoległą do osi XX , a jednakowo nachyloną do obu rzutni i wykreślić przekrój graniastosłupa tą płaszczyzną. Następnie wyznaczyć cień rzucony graniastosłupa na obie rzutnie i cień odcinka $PQ - P(1,5,1)Q(1,5,7)$ na graniastosłup i na płaszczyznę π , przyjąwszy oświetlenie równoległe i dany cień punktu Q na rzutnię pionową $Q_v(4,0,7)$ ¹⁷⁰.
 - b) jedno zadanie z perspektywy:
Wykreślić w perspektywie stożek prosty kołowy, spoczywający podstawą na płaszczyźnie podstawowej, jeżeli średnica podstawy jest dowolna,

¹⁷⁰ Autor zadania symbolem XX oznaczył oś przecięcia rzutni pionowej i rzutni poziomej, natomiast symbolem V oznaczył rzutnię pionową.

wysokość stożka równa się podwójnej średnicy a oddalenie osi stożka od tła równa się długości średnicy podstawy. Następnie wyznaczyć cień własny stożka i jego cień rzucony na płaszczyznę podstawy przy zwyczajnym oświetleniu.

Egzamin ustny obejmował:

1. Zadania z geometrii wykreślnej:
 - a) Do danej prostej poprowadzić prostą przechodzącą przez dany punkt i nachyloną do danej prostej pod kątem α .
 - b) Przekrój graniastoslupa prostego płaszczyzną nachyloną do obu rzutni.
 - c) Oświetlenie równoległe i centralne, cienie w perspektywie.
 - d) Punkty zbiegu, dzielenia i częściowe punkty dzielenia.
2. Z anatomii ludzkiego ciała:
 - a) Działanie mięśni ramienia, mięśnie współdziałające i przeciwdziałające.
 - b) Oko, gałka oczna itd.
 - c) Działanie mięśni skórnych twarzy.
3. Historię sztuki:
 - a) Główne dzieła Leonarda da Vinci, Rafaela i Michała Anioła.
 - b) Konstrukcje i ornamenty gotyku, renesansu i baroku.
 - c) Kaplica Zygmuntowska na Wawelu.
 - d) Kościół św. Piotra w Krakowie.
4. Język wykładowy, w tym przypadku język polski: pytania z zakresu gramatyki języka polskiego i literatury.

Lekcja próbna w przypadku Grosa nie została przeprowadzona, nie ma też informacji o zwolnieniu kandydata z tej części egzaminu. Wszystkie odpowiedzi zostały bardzo pozytywnie ocenione przez komisję egzaminacyjną.

4. Konkluzje

Nauczanie w Austrii na przełomie XVIII i XIX w. znajdowało się w fazie eksperymentów. Wprawdzie prowadzono dyskusje na temat reorganizacji szkolnictwa oraz dostosowania go do popularnych wówczas prądów pedagogicznych, jednakże poziom nauczania w Austrii pozostawał daleko w tyle za edukacją realizowaną w tym czasie w szkołach Komisji Edukacji Narodowej, w Księstwie Warszawskim czy w Prusach. Nauczanie matematyki oscylowało wokół elementarnych zagadnień z zakresu arytmetyki, geometrii Euklidesa i algebry, co w dużej mierze zostało wymuszone również niskimi kwalifikacjami nauczycieli. Podobna sytuacja miała miejsce na ziemiach polskich zaboru austriackiego.

Dostosowanie szkolnictwa Austrii (w tym również Galicji) do europejskich standardów nastąpiło w 1849 r., wraz z wydaniem zarządzeń ministerialnych pt.

Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich. Zarządzenia te wprowadziły nowy na ziemiach austriackich rodzaj szkół średnich — szkoły typu realnego (o profilu matematyczno-przyrodniczym), wprowadziły egzaminy maturalne, których celem było ujednolicenie poziomu wiedzy osób rozpoczynających studia uniwersyteckie, a przede wszystkim rozszerzyły programy nauczania matematyki. W gimnazjach wprowadzono m.in. trygonometrię płaską oraz jej zastosowania. W szkołach realnych o najszerszym poziomie kształcenia (*Oberrealschulen*) omawiano dodatkowo stożkowe (parabolę, hiperbolę i elipsę) wraz z ich konstrukcjami, równania trzeciego i czwartego stopnia oraz trygonometrię sferyczną, a na przedmiocie o nazwie „rysunki” zapoznawano uczniów m.in. z geometrią wykreślną, w tym: teorią rzutów, teorią cieni i perspektywą. Kilka lat później w szkołach realnych wprowadzono oddzielny przedmiot o nazwie „geometria wykreślna”, którego zakres z biegiem lat rozszerzano. Gdy Polacy uzyskali autonomię w nauczaniu, geometria wykreślna była wykładana w Galicji przez cały cykl kształcenia realizowany w *Oberrealschulen* (przez kilka godzin tygodniowo).

Rozszerzenie programów nauczania spowodowało potrzebę zmiany przepisów dotyczących kształcenia kadry pedagogicznej. *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich* wycofał tzw. konkursy na nauczycieli i wprowadził obowiązkowe państwowe egzaminy nauczycielskie. Szczegóły precyzowano stopniowo. Jeszcze w 1849 r. ustanowiono komisje egzaminacyjne w Wiedniu, Pradze, Grazy i Innsbrucku, w 1850 r. powołano komisję we Lwowie, a w 1868 r. pierwszą komisję egzaminacyjną w Krakowie. Z biegiem lat liczba komisji i ich lokalizacja ulegały zmianom.

23 sierpnia 1849 r. została zatwierdzona ustawa o egzaminowaniu nauczycieli gimnazjalnych, która obowiązywała przez następną dekadę. Od tej pory każdy kandydat na nauczyciela musiał mieć ukończone trzy lata studiów uniwersyteckich (tego wymogu przestrzegano rygorystycznie). Kandydaci chcący uczyć matematyki musieli przystąpić do egzaminu z obszaru matematyczno-przyrodniczego, który obejmował matematykę, fizykę i historię naturalną. Każdy egzamin składał się z trzech części: pracy domowej (dwa zadania — jedno z obszaru matematyczno-przyrodniczego, drugie z pedagogiki lub filozofii), pisemnej pracy klauzurowej (przygotowywanej pod nadzorem komisji) i egzaminu ustnego (obejmującego wszystkie przedmioty wykładane w gimnazjum). Po egzaminie kandydat był kierowany do szkoły, gdzie prowadził lekcję próbną, która była hospitowana przez członków komisji. Po otrzymaniu świadectwa nauczycielskiego kandydat musiał odbyć roczny staż pedagogiczny i dopiero po jego pozytywnym zaliczeniu otrzymywał kwalifikacje nauczycielskie. Chcąc uzyskać prawo do nauczania matematyki we wszystkich klasach gimnazjalnych, kandydat musiał wykazać się doskonałą wiedzą w zakresie matematyki elementarnej oraz geometrii analitycznej, miał też obowiązek znać podstawy rachunku różniczkowego i całkowego wraz z zastoso-

waniami w matematyce i fizyce szkolnej. W 1856 r. wydano rozporządzenia Ministra Wyznań i Oświecenia, które obowiązywały przez następne trzy dekady, tym niemniej nie wprowadzały one istotnych zmian w odniesieniu do ustawy z 1849 r.

W tym czasie publikowano również zarządzenia dotyczące egzaminowania kandydatów na nauczycieli w szkołach realnych. Zagadnienia matematyczne były wykładane w tych placówkach w szerszym zakresie, dlatego można było uzyskać kwalifikacje do nauczania trzech przedmiotów: „matematyki”, „geometrii wykreślnej” oraz „rysunku geometrycznego”. W myśl pierwszego zarządzenia dotyczącego spraw egzaminacyjnych, wydanego w 1853 r., egzamin z matematyki w ramach *Oberrealschule* obejmował: matematykę elementarną, rysunek geometryczny nauczany w *Unterrealschule*, geometrię analityczną oraz elementy rachunku różniczkowego i całkowego niezbędne do głębszego studiowania przedmiotów techniczno-matematycznych. Na egzaminie z geometrii wykreślnej na poziomie *Unterrealschule* należało wykazać znajomość podstaw teorii rzutów, konstrukcji cieni, perspektywy (z zastosowaniem do celów architektonicznych, rolniczych i leśnych) oraz podstaw budownictwa w zakresie niższych klas szkół realnych. Na egzaminie na poziomie *Oberrealschule* należało znać wszystkie zagadnienia omawiane w szkołach realnych, ze szczególnym uwzględnieniem praktycznego zastosowania geometrii wykreślnej w architekturze, mechanice, kartografii, miernictwie, konstrukcji ornamentów itd. (co omawiano również na rysunku geometrycznym). Chcąc przystąpić do egzaminu nauczycielskiego, kandydat musiał m.in. udokumentować ukończenie trzech lat studiów w *technische Hochschule*, od 1870 r. wymiennie mógł dostarczyć świadectwo ukończenia trzech lat studiów uniwersyteckich.

W 1884 r. zniesiono oddzielne komisje egzaminacyjne dla nauczycieli gimnazjów i szkół realnych. Komisje w Krakowie i we Lwowie egzaminowały kandydatów na nauczycieli obu tych typów szkół z całej Galicji. Gimnazjalne świadectwo nauczycielskie było respektowane w szkołach realnych. Świadectwo nauczycielskie wydane dla szkół realnych nie zawsze było akceptowane w gimnazjach. Każdy nauczyciel gimnazjalny miał prawo nauczania swego przedmiotu również w szkole realnej, ale nie każdy nauczyciel szkoły realnej mógł przejść do pracy w gimnazjum, co było związane z naturą przedmiotów specjalistycznych.

Regulacje ministerialne dotyczące kształcenia nauczycieli okazały się nie być optymalne. Było zbyt mało nauczycieli. Pod koniec roku szkolnego 1882/1883 w Galicji było łącznie 584 nauczycieli szkół średnich, w tym 51 z pełną kwalifikacją do nauczania matematyki w gimnazjach; z kwalifikacją do nauczania matematyki w szkołach realnych było 12 i dodatkowo 7 z kwalifikacją do nauczania geometrii wykreślnej i matematyki. Suplentów egzaminowanych z kwalifikacją do nauczania matematyki w gimnazjach było 35, z kwalifikacją do nauczania matematyki w szkołach realnych 7 oraz dwóch z kwalifikacją do nauczania geometrii wykreślnej i matematyki.

W konsekwencji w 1895 r. Galicyjskie Towarzystwo Nauczycieli Szkół Wyższych zajęło się zbadaniem powodów deficytu nauczycieli. Okazało się, że najważniejszym z nich były zbyt trudne egzaminy nauczycielskie, co potwierdzili również profesorowie uniwersyteccy. Powołano komisję, której zadaniem było przygotowanie projektu reform zarówno w sposobie kształcenia nauczycieli, jak i przeprowadzaniu egzaminów nauczycielskich. Zmiany wprowadzano stopniowo, a ich kulminacją były nowe rozporządzenia egzaminacyjne z 1897 r., które m.in. usuwały pracę domową z zakresu pedagogiki i dydaktyki oraz rozszerzały wymogi egzaminacyjne z matematyki i geometrii wykreślnej jako przedmiotów głównych — w przypadku matematyki rozszerzono je o rachunek wariacyjny oraz funkcje; na egzaminie z geometrii wykreślnej obowiązywała znajomość m.in. konstrukcji związanych z krzywymi drugiego, trzeciego i czwartego rzędu, liniami śrubowymi, cykloidami płaskimi i kulistymi, powierzchniami obrotowymi, powierzchniami drugiego rzędu, teorią cieni, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań do kamieniarstwa, ciesiołki, gnomoniki i kartografii.

Okazuje się, że zarządzenia z 1897 r. nie wprowadziły w egzaminach nauczycielskich na tyle istotnych ułatwień, aby poprawić sytuację kadrową. Poskutkowało to nieprzestrzeganiem pewnych wytycznych ministerialnych — przykładowo, na łamach pisma „Muzeum. Czasopismo Towarzystwa Nauczycieli Szkół Wyższych” informowano o zwalnianiu kandydatów z rocznego stażu pedagogicznego. Dość często w trakcie egzaminu zwalniano też kandydatów z obowiązku przygotowania prac domowych. Już zarządzenia z 1849 r. wskazywały na taką możliwość, o ile kandydat przedłoży komisji publikacje naukowe o odpowiednio wysokiej randze (poziom naukowy oceniała komisja). Warto tutaj nadmienić, że jedną z najważniejszych form podnoszenia kwalifikacji nauczycieli i kandydatów na nauczycieli (ci ostatni często przed przystąpieniem do egzaminu nauczycielskiego pracowali w szkołach) było zobligowanie ich w 1849 r. do prowadzenia działalności naukowej — publikacji artykułów naukowych na łamach sprawozdań szkolnych. Dodatkowo w wybranych szkołach w Krakowie i we Lwowie tworzone kursy dla kandydatów na nauczycieli (z możliwością otrzymania stypendium), w trakcie których hospitowali i prowadzili lekcje pod nadzorem doświadczonego nauczyciela oraz uczestniczyli w zebraniach grona pedagogicznego. Kursy te zastępowały roczny staż pedagogiczny. Nieegzaminowani suplenci, którzy pracowali w szkołach Galicji i jednocześnie przygotowywali się do egzaminu nauczycielskiego, mogli też otrzymać decyzją Ministerstwa Wyznań i Oświecenia urlop na przygotowanie do egzaminu.

W ramach lepszego przygotowania do egzaminu i późniejszej pracy zawodowej Ministerstwo przyznawało również stypendia dla kandydatów na nauczycieli, które mogli oni przeznaczyć na wyjazdy dokształcające, tym samym kontynuowano tutaj tradycję rozpoczętą jeszcze przez polską Komisję Edukacji Narodowej. Reskryptem z 1895 r. Minister Wyznań i Oświecenia ustanowił sty-

pendia dla kandydatów na nauczycieli geometrii wykreślnej i matematyki, albo fizyki i chemii, w szkołach realnych, w kwocie 300 zł każde; na początku XX w. stypendium zwiększono do 600 zł. Kolejną formą podnoszenia kompetencji były kursy dla nauczycieli prowadzone na uniwersytetach. Jeden z takich kursów odbył się w dniach 26–31 marca 1900 r. na Uniwersytecie w Krakowie. Kazimierz Żorawski, Maurycy Rudzki, Władysław Natanson, August Witkowski, Karol Olszewski oraz Tadeusz Estreicher wygłosili wykłady z matematyki, geografii matematycznej i fizycznej, fizyki i chemii, których celem było zaznajomienie galicyjskich nauczycieli z najnowszymi odkryciami naukowymi.

Analiza prac egzaminacyjnych przeprowadzonych przez założoną w 1868 r. Komisję Egzaminacyjną dla Nauczycieli Gimnazjalnych w Krakowie oraz późniejsze: Komisję Egzaminacyjną dla Nauczycieli Gimnazjów i Szkół Realnych w Krakowie oraz Komisję Egzaminacyjną dla Kandydatów na Nauczycieli Ryśunków w Szkołach Średnich, która egzaminowała w ramach geometrii wykreślnej, pozwala lepiej poznać tematykę zadań, ale też zbadać stopień realizacji zarządzeń ministerialnych w praktyce. Pierwsza z tych komisji, działająca do 1884 r., wydawała każdego roku zaledwie kilka świadectw nauczycielskich w zakresie matematyki. Najwięcej w 1875 r., bo aż dziewięć, a najmniej w 1870 r. — tylko jedno. Jak pokazuje analiza przeprowadzona w artykule, świadectwo uprawniające do nauczania matematyki w wyższych klasach szkół średnich było trudne do uzyskania. Kandydaci, którzy przystępowali do tych egzaminów, dość często mieli problemy z ich zaliczeniem i w rezultacie otrzymywali jedynie świadectwo do nauczania matematyki w klasach niższych, gdzie wymogi były zdecydowanie mniejsze. Jednym z dobitnych przykładów jest tutaj egzamin Michała Szklarza. Na świadectwie nauczycielskim umieszczono informację, że w trakcie egzaminu m.in. nie potrafił wyznaczyć $\sin 45^\circ$, nie wiedział ile wartości przyjmuje pierwiastek trzeciego stopnia, a jego wypowiedzi były nielogiczne, mimo to w 1871 r. otrzymał uprawnienia do nauczania matematyki i fizyki w niższych klasach gimnazjalnych z polskim językiem wykładowym. Oznacza to, że w niższych klasach mogły uczyć osoby bez podstawowej wiedzy matematycznej. Warto też tutaj zaznaczyć, że Szklarz był absolwentem uniwersytetu w Krakowie.

Do 1884 r., niezależnie od tego czy egzamin był zdawany w zakresie gimnazjum niższego, czy gimnazjum wyższego, prace domowe z pedagogiki i dydaktyki kandydatów na nauczycieli matematyki dotyczyły zazwyczaj krytycznej oceny polskich podręczników do matematyki wydanych w XIX w. oraz roli matematyki w systemie kształcenia realizowanym w gimnazjach i innych typach szkół średnich. Jeżeli matematyka była przedmiotem głównym, to w ramach pracy domowej najczęściej wymagano rozwiązania zadania z analitycznej teorii stożkowych, szeregów albo rozwiązywania trójkątów sferycznych. Zadania tego typu nie pojawiały się w ramach pracy domowej na egzaminach z matematyki jako przedmiotu pobocznego. Tutaj były to najczęściej zadania z planimetrii, trygonometrii

i geometrii analitycznej typu: rozwiąż trójkąt, rozwiąż czworokąt, znajdź miejsce geometryczne punktu. Dużo rzadziej pojawiały się zadania z innych działów matematyki.

Pisemna praca klauzurowa z matematyki obejmowała zawsze trzy zadania. Gdy matematyka była jednym z przedmiotów głównych, to na egzaminie niemalże zawsze należało wyznaczyć całkę funkcji niewymiernej. Tematyka pozostałych zadań była bardziej zróżnicowana i często dotyczyła m.in. twierdzenia Sturma, geometrii analitycznej, rozwiązywania równań i układów równań, szeregów, trygonometrii sferycznej czy znajdowania miejsc geometrycznych punktów. Podobny zakres tematyczny obowiązywał w przypadku egzaminów ustnych. Na egzaminach klauzurowych i ustnych z matematyki dla gimnazjum niższego nie było całek, trygonometrii sferycznej ani szeregów. W każdym zestawie było zadanie z geometrii analitycznej (łatwiejsze niż te na egzaminach dla gimnazjum wyższego), pojawiały się też równania i układy równań. Rzadko pojawiały się zadania związane z obliczeniami procentowymi, rozwiązywaniem trójkątów płaskich, logarytmami i in.

Największe zróżnicowanie było na egzaminach ustnych. Nie chodzi tutaj nawet o tematykę zadań, ale o ich liczbę. Na egzaminach ustnych kandydat otrzymywał zazwyczaj od 5 do kilkunastu zadań i nie miało znaczenia czy udzielał na nie poprawnej odpowiedzi, czy nie. Rekordzistą był Wincenty Myjak, który na egzaminie przeprowadzonym w 1872 r. otrzymał 18 zadań i na wszystkie odpowiedział poprawnie.

Zakres tematyczny zadań z matematyki na egzaminach nauczycielskich przeprowadzanych w Krakowie po 1884 r., był podobny do tego omówionego wyżej, wprowadzono jednak nowy typ zadań — niemalże każdy kandydat na nauczyciela matematyki i fizyki w wyższych klasach gimnazjów i szkół realnych otrzymywał zadanie z równań różniczkowych cząstkowych. Postać egzaminów potwierdza tezę, że pomimo starań zarządzenia z 1897 r. nie obniżyły poziomu trudności zadań z matematyki, a wręcz go podwyższyły.

Zaskakującym i jednocześnie ostatnim rezultatem analiz przeprowadzonych w niniejszym artykule jest to, że Komisja Egzaminacyjna dla Kandydatów na Nauczycieli Rysunków w Szkołach Średnich od 1906 do 1914 r. dla wszystkich kandydatów na nauczycieli geometrii wykreślnej przeprowadzała bardzo podobne egzaminy i nie wymagała właściwie żadnej wiedzy matematycznej poza geometrią wykreślną.

Bibliografia

Źródła

- Kraków, Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego: Akta Państwowej Komisji Egzaminacyjnej dla Kandydatów na Nauczycieli Szkół Średnich w Krakowie, 1868–1939, sygn. PKEN 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 46.
- Circular-Verordnung des Reichskriegsministeriums vom 21. Juni 1870, Abtheilung 6, Nr. 791, betreffend die Bestimmungen bezüglich jener Officiere, welche sich der Lehramtsprüfung für Realschulen, namentlich zum Zwecke ihrer Verwendung als Lehrer in den Militär-Bildungsanstalten zu unterziehen wünscheten*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 2, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1889, s. 428–431.
- Erlaß des Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 24 Juli 1856, wirksam für den ganzen Umfang des Reiches, womit das, mit Allerhöchster Entschließung vom 17 April 1856, genehmigte definitive Gesetz über die Prüfung der Candidaten des Gymnasiallehramtes kundgemacht wird*, „Landes-Regierungsblatt für das Erzherzogthum Oesterreich unter der Enns” 1856, Abt. 1, s. 317–333.
- Erlass des Ministeriums für Cultus und Unterricht, betreffend die nachträgliche Prüfung der Gymnasial-Lehramts-candidaten* [18 Februar 1853], [w:] „Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien”, t. 4, Wien 1853, s. 331–332.
- Gesetz vom 15. Februar 1870, wirksam für das Herzogthum Ober- und Nieder-Schlesien, betreffend die Realschulen*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 2, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1889, s. 74–80.
- Instructio pro Scholis humanioribus §1. Distributio classium et de munere Professorum*, [w:] „Jahresbericht des kais. Kön. Ersten Staats-Gymnasiums in Graz [...] vom Director Dr. Richard Peinsich”, Graz 1871, s. 53–59.
- Kaiserliche Verordnung vom 27 Juni 1850, Z. 5248, wirksam für sämtliche Kronländer der Monarchie, wodurch ein provisorisches Gesetz über den Privatunterricht erlassen und vom Tage seiner Kundmachung angefangen in Wirksamkeit gesetzt wird*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 1, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1884.
- Ministerial-verordnung vom 7 Februar 1884, Z. 2117, betreffend die Prüfung der Candidaten des Gymnasial- und des Realschul-Lehramtes*, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 2, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1889, s. 458–485.
- Nowe przepisy egzaminacyjne dla kandydatów na nauczycieli w gimnazjach i szkołach realnych*, wydał i objaśnił L. Cyfrowicz, Kraków 1884.
- Provisorisches Gesetz über die Prüfung der Candidaten des Gymnasiallehramtes*, [w:] „Allgemeines Reichs- Gesetz- und Regierung für das kaiserthum Oesterreich” 1850, Jahrgang 1849, s. 684–699.

Sammlung der Verordnungen und Vorschriften über die Verfassung und Einrichtung der Gymnasien, Wien 1808, s. 68–80.

Schreiben des Ministers für Cultus und Unterricht vom 24 November 1849, Z. 8799, an die Herren Länderchefs von Niederösterreich, Oberösterreich, Böhmen, Küstenland, Steiermark, Illirien, Mähren, Galizien, Bukowina, Kärnten, Tirol, Krakau, Dalmatien, wodurch einige Bestimmungen des Entwurfes der Organisation der österreichischen Gymnasien und Realschulen ohne Verzug in Wirksamkeit gesetzt werden, [w:] *Normalien für die Gymnasien und Realschulen in Österreich. Im Auftrage und mit Benutzung der amtlichen Quellen des k.k. Ministeriums für Cultus und Unterricht*, cz. 1, red. E. Edlen von Marenzeller, Wien 1884.

„Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w latach szkolnych 1875–1883”, cz. 2, Lwów 1885.

„Sprawozdanie c.k. Rady Szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1891/92”, Lwów 1892.

„Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1895/6”, Lwów 1896.

„Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1898/9”, Lwów 1899.

„Sprawozdanie c.k. Rady Szkolnej Krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1899/1900”, Lwów 1900.

„Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1900/1901”, Lwów 1901.

„Sprawozdanie c.k. Rady szkolnej krajowej o stanie szkół średnich galicyjskich w roku szkolnym 1903/4”, Lwów 1904.

Ustawy i rozporządzenia obowiązujące w galicyjskich szkołach średnich, zestawił Henryk Kopia, Lwów 1900.

Verordnung des Ministers für Cultus und Unterricht vom 6 October 1870 womit mehrere Bestimmungen der Vorschrift über die Prüfungen der Candidaten des Lehramtes an vollständigen Realschulen abgeändert werden, [w:] *Prüfungs-Vorschriften für Candidaten des Lehramts an Realschulen*, Wien 1878, s. 19–21.

Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht vom 24. April 1853, wirksam für den ganzen Umfang des Reiches, mit Ausnahme des Lombardiach-venetianischen Königreiches und der Militärgränze, womit eine provisorische Vorschrift kundgemacht wird: A. über die Prüfung der Candidaten des Lehramtes an vollständigen Realschulen; B. in Betreff der Uebergangs-Bestimmungen, nach welchen die Lehramts-Candidaten Ihre Lehrfähigkeit in der nächsten Zukunft zu erproben haben, „Landes-Regierungsblatt für das Erzherzogthum Oesterreich unter der Enns” 1853, Abt. 1, s. 165–182.

Opracowania

Cantor G., *Über die Ausdehnung eines Satzes auf der Theorie der trigonometrischen Reihen*, „Mathematische Annalen” 1872, t. 5, s. 123–132.

Cwojdzński T., *Anwendung der Fuchsschen Theorie auf die Differentialgleichung der Gausschen hypergeometrischen Reihe*, „Sechszehnter Jahresbericht des Obergymnasiums in Brody für das Schuljahr 1894”, Brody 1894, s. 1–45.

- Czaczkowski J., *O nauce matematyki w wyższym gimnazjum*, cz. 1, [w:] „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Wyższego Gimnazjum w Brzeżanach”, Sambor 1879, s. 3–46; cz. 2, [w:] „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Wyższego Gimnazjum w Brzeżanach”, Sambor 1880, s. 5–42.
- Czech J., *Krótki wykład arytmetyki*, Wilno 1809.
- Ćwikliński L., *Nowe przepisy o egzaminie kandydatów zawodu nauczycielskiego w gimnazjach i szkołach realnych z dnia 30-go sierpnia 1897 roku w stosunku do przepisów z roku 1884*, „Muzeum. Czasopismo Towarzystwa Nauczycieli Szkół Wyższych” 1897, r. 13, z. 11, s. 729–748. Odb. b.m. 1897.
- Dobrzański J., *Ostatnie lata szkół pijarskich w Galicji w 1772–1784*, „Roczniki Humanistyczne” 1954, t. 4, z. 3, s. 1–25.
- Domoradzki S., *Prace matematyczne w sprawozdaniach gimnazjów galicyjskich*, „Antiquitates Mathematicae” 2009, t. 3, s. 243–261.
- Domoradzki S., *Programy nauczania matematyki w gimnazjach galicyjskich*, „Antiquitates Mathematicae” 2009, t. 3, s. 223–241.
- Domoradzki S., *The Growth of Mathematical Culture in the Lvov Area in the Autonomy Period*, Prague 2011.
- Du Bois-Reymond P., *Versuch einer Classification der willkürlichen Functionen reeler Argumente nach ihren Änderungen in den kleinsten Intervallen*, „Journal für die reine und angewandte Mathematik” 1874, t. 79, s. 21–37.
- Duda R., *Historia matematyki w Polsce na tle dziejów nauki i kultury*, Warszawa 2019.
- Duda R., *Katedry matematyczne i ich obsada na Politechnice Lwowskiej do 1945 r.*, „Antiquitates Mathematicae” 2014, t. 8(1), s. 47–74.
- Duda R., *Matematycy polscy na tle dziejów Polski w wiekach XIX i XX*, „Antiquitates Mathematicae” 2016, t. 10(1), s. 89–119.
- Fialka Z., *Über einige mit der Schraubenlinie in Zusammenhang stehende krumme Linien*, „Zehnter Jahresbericht des k.k. Real- und Ober-Gymnasiums in Brody für das Schuljahr 1888”, Brody 1888.
- Hlibowicki K., *O niemożności algebraicznego rozwiązania równań ogólnych stopnia wyższego niż czwarty*, „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Wyższego Gimnazjum w Tarnopolu za r. szk. 1897/98”, Tarnopol 1898.
- Jordan C., *Sur la série de Fourier*, „Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des Sciences” 1881, t. 92, s. 228–230.
- Karpińska K., *Scientific novelties implemented into teaching mathematics in secondary schools on the Polish territories in the 19th century. The case of descriptive geometry*; [w:] “Dig where you stand” 6 – *Proceedings of the Sixth International Conference on the History of Mathematics Education*, red. É. Barbin, K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, A. Karp, G. Moussard, J. Prytz, G. Schubring, Münster 2020, s. 205–218.
- Karpińska K., Domoradzki S., *O egzaminie maturalnym z matematyki na obszarze zaboru pruskiego od XVIII do początku XX wieku*, „Antiquitates Mathematicae” 2017, t. 11, s. 157–201.
- Knot A., *Spór o konwiktorów Akademii Teresjańskiej we Lwowie z 1781 r.*, „Studia Lwowskie”, Lwów 1932, s. 221–234.
- Korczyński J., *Elementarna teoria wyznaczników*, „Sprawozdanie c.k. Gimnazjum św. Jacka w Krakowie za r. szk. 1891/92”, Kraków 1892.

- Kramarz H., *Kształcenie nauczycieli gimnazjalnych w Galicji autonomicznej*, „Rocznik Naukowo-Dydaktyczny” 1987, z. 109, Prace Historyczne 12, s. 267–285.
- Kramarz H., *Nauczyciele gimnazjalni Galicji 1867–1914: Studium historyczno-socjologiczne*, Kraków 1987 (Prace Monograficzne Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie, t. 80).
- Krygowski Z.A., *O pewnym zastosowaniu funkcji theta*, „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Gimnazyum I w Przemyślu”, Przemyśl 1900.
- Krygowski Z.A., *O rozwijaniu funkcji hypereliptycznych pierwszego rzędu na szeregi Fouriera*, „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. II Szkoły Realnej we Lwowie”, Lwów 1905.
- Lacroix S.F., *Geometrii część I. ułożona podług Lacroix, przez ś.p. X. A. Dąbrowskiego S.P., byłego Profesora Matematyki w Królewsko-Warszawskim Uniwersytecie*, wyd. 3, Warszawa 1826.
- Lacroix S.F., *Geometrii część II. ułożona podług Lacroix, przez ś.p. X. A. Dąbrowskiego S.P., byłego Profesora Matematyki w Królewsko-Warszawskim Uniwersytecie*, Warszawa 1826.
- Lemoine Edme M.J., *Traité élémentaire des mathématiques pures*, Paris 1797.
- Leniek J., *Ks. Izidora Chrościńskiego, pierwszego prefekta gimnazyum tarnowskiego, Kronika z lat 1784–1794 z przydaniem aktów fundacyjnych kolonii akademickiej w Tarnowie z lat 1559 i 1578, jakoteż raportu o jej stanie z r. 1766*, „Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce”, t. 9, Kraków 1897, s. 295–401.
- Libelt K., *O szkole realnej*, [w:] Karol Libelt. *Pisma o oświacie i wychowaniu*, Wrocław –Warszawa–Kraków–Gdańsk 1971, s. 78–181.
- Lipiński J., *Wewnętrzne urządzenie szkół wojewódzkich 1820 roku*, Warszawa 1820.
- Lipschitz R., *De explicatione per series trigonometricas instituenda functionum unius variabilis arbitrariarum, et praecipue earum, quae per variabilis spatium finitum valorum maximorum et minimorum numerum habent infinitum*, disquisitio, „Journal für die reine und angewandte Mathematik” 1864, t. 63, s. 296–308.
- Łukaszewicz J., *Historia szkół w Koronie i w Wielkim Księstwie litewskim*, t. 2, Poznań 1850.
- Maryniak M., *O równaniach algebraicznych. Według broszury „Studien im Gebiete der numerischen Gleichungen von L. Żmurko”*, „Sprawozdanie Dyrekcyi c.k. Wyższej Szkoły Realnej we Lwowie za rok szkolny 1875”, Lwów 1875.
- Ministerium des Cultus und Unterrichts, *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich*, Wien 1849.
- Rakoczy-Pindor K., *Wykształcenie nauczyciela gimnazjalnego matematyki w Galicji w latach 1850–1918*, [w:] *Dzieje matematyki polskiej*, red. W. Wiśniewski, Wrocław 2012, s. 163–172.
- Ruta Z., *Gimnazjum tarnowskie w latach 1784–1794*, [w:] „Rocznik Naukowo-Dydaktyczny WSP w Krakowie, Prace Historyczne II” 1965, z. 20, s. 67–85.
- Sachse A., *Versuch einer Geschichte der Darstellung willkürlicher Functionen einer Variablen durch trigonometrische Reihen*, Göttingen 1879.
- Schinzel A., *Teoria liczb w pracach Franciszka Mertensa*, „Antiquitates Mathematicae” 2011, t. 5(1), s. 215–226.
- Schubring G., *Handbook on the History of Mathematics Education*, Springer 2014.
- Starr F., *Vollständiges Sach- und Nachschlage-Register zum österreichischen Reichsge-setzblatte von dessen Beginn 1849 bis zum Jahre 1872*, Wien 1872.

- Szczepański A., *Szkoły w Polsce*, Lwów 1866.
- Szwejkowski W., *Uwagi nad wyższymi szkołami polskimi w porównaniu do niemieckich*, Warszawa 1808.
- Świeboda J., *Dzieje I Gimnazjum w Rzeszowie 1786–1918*, Rzeszów 1984.
- Tomczyk R., *Pierwszy projekt reformy systemu szkolnego w nowożytnej Austrii w okresie panowania Marii Teresy*, „Edukacja Humanistyczna” 2011, nr 2 (25), s. 13–22.
- Tychowicz I., *Ueber den Taylor'schen Lehrsatz im allgemeinen, nebst Angabe der wichtigsten Restformen (Abhandlung mit Zugrundlegung der symbolik des Prof. Dr. Lorenz Žmurko)*, [w:] „Jahres-Bericht des k.k. zweiten Ober-Gymnasiums in Lemberg”, Lemberg 1879, s. 3–22.
- Weierstrass K., *Ueber die socratische Lehrmethode und deren Anwenbarkeit beim Schul-Unterricht*, „Jahresbericht über das Königl. Progymnasium in Dt. Crone”, Deutsch-Crone 1845, s. 1–11.
- Wiedemann G.H., *Die Lehre von Galvanismus*, t. 1–2, Braunschweig 1861–1863.
- Wittstein A., *Geschichte des Malfatti'schen Problems. Inaugural-Dissertation zur erlangung der doctorwürde in der Philosophie vorgelegt der Philosophischen Facultät der Friedrich-Alexander's-Universität zu Erlangen*, München 1871.
- Wotke K., *Das österreichische Gymnasium im Zeitalter Maria Theresias*, Berlin 1905 (Monumenta Germaniae Paedagogica, t. 30).
- Wuczyńska K., *Nauczanie trygonometrii w polskich szkołach średnich. Rys historyczny*, [w:] *Dzieje matematyki polskiej II*, red. W. Wiśław, Wrocław 2013, s. 273–326.
- Wüllner A., *Lehrbuch der Experimentalphysik*, t. 1–2, Leipzig 1862–1865.
- Zarański S., *Komisja Edukacyi Narodowej a Rada Szkolna Krajowa*, Kraków 1870.
- Zieliński J., *Gimnazjum I pod zaborem austriackim*, [w:] *Księga pamiątkowa I-go Gimnazjum Państwowego im Mieczysława Romanowskiego w Stanisławowie: wydana z okazji uroczystości jubileuszowych i zjazdu b. uczniów w dniach 21 i 22 września 1928 roku*, red. W. Trusz, J. Zieliński, C. Chowaniec, Stanisławów 1929.
- Żebrawski T., *Bibliografia piśmiennictwa polskiego z działu matematyki i fizyki oraz ich zastosowań*, Kraków 1873.

Karolina Karpińska — adiunkt w Instytucie Historii Nauki PAN. W 2017 r. uzyskała doktorat z historii matematyki. Jej obecne badania związane są z historią nauczania matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem ziem polskich w czasach zaborów. Opublikowała kilkanaście prac z tego zakresu, m.in. *Gnomonics in Secondary School Education in the Territories of Poland in the 17th–20th Centuries*, [w:] *Advances In The History Of Mathematics Education* (Springer 2022).

Email: karolinakarpinska@ihnpn.pl